DOSSIER Geo 15	**Thème : Problèmes de lieux géométriques**

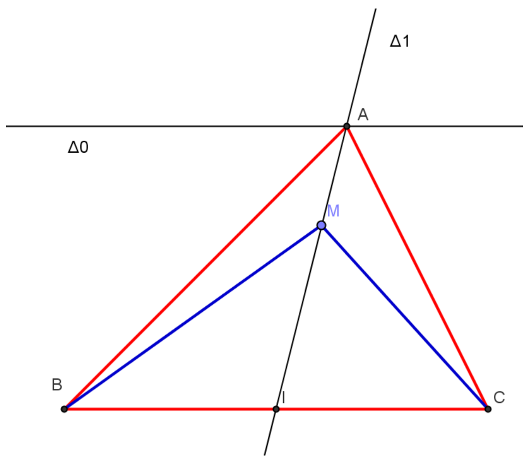
L'exercice

Soit A, B et C trois points non alignés. On se propose de déterminer l'ensemble $\mathscr{L}$ des points M du plan tels que les triangles MAB et MAC aient la même aire.

On note (Δ_0) la parallèle à (BC) passant par A et (Δ_1) la médiane issue de A dans ABC.

1) Montrer que l'ensemble $(\Delta_0) \cup (\Delta_1)$ est inclus dans $\mathscr{L}$.
   Pour tout point M distinct de A, on note d_B et d_C les distances respectives de B et C à la droite (AM).
2) Soit M un point n'appartenant pas à (Δ_0). On appelle J le point d'intersection de la droite (AM) et de la droite (BC).
   a) Montrer que, si $M \in L$, alors $d_b = d_C$.
   b) En déduire que J est le milieu de $[BC]$.
3) Conclure.

La réponse d'un élève à la question 1



Comme on a l'ensemble $(\Delta_0) \cup (\Delta_1)$, on doit prendre le point M d'abord sur (Δ_0), puis sur (Δ_1).

Si M est sur (Δ_0), alors les triangles MAB et MAC ont la même aire, car leur base est la même, c'est MA, et la hauteur est la même, on le voit bien sur le dessin.

Si M est sur (Δ_1), alors l'aire du triangle MAB est celle du triangle ABI moins celle de MBI. Et l'aire de MAC est égale à celle de ACI moins celle de MCI.
Mais on sait qu'une médiane partage le triangle en deux triangles de même aire, donc ABI = ACI et c'est pareil pour MBI et MCI.
Donc, les aires de MAB et MAC sont les mêmes.
Et si les triangles ont la même aire, le point est bien dans l'ensemble $\mathscr{L}$.

Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez la production de l'élève en mettant en évidence la pertinence de sa démarche, l'origine de ses éventuelles erreurs de raisonnement et les moyens d'y remédier.
2. Illustrer cet exercice avec un logiciel de géométrie.
3. Proposer une correction des questions 2 et 3, comme vous le feriez devant une classe.
4. Proposer plusieurs exercices se rapportant au thème « **Problèmes de lieux géométriques**».