

**DOSSIER PS 4**

**Thème : variables aléatoires**

### *L'exercice*

Trois chasseurs d'élite sont à l'affût aux canards devant un rocher : puisque ce sont des chasseurs d'élite, ils ne ratent jamais leur objectif.

Trois canards se posent sur le rocher. Les chasseurs ne peuvent tirer qu'une seule fois et n'ont pas le temps de repérer quel est le chasseur qui tire sur tel ou tel canard. Ils tirent tous en même temps, chacun choisissant sa victime au hasard.

On veut répondre à la question suivante : « combien de canards vont survivre en moyenne ? »

Soit  $X$  la variable aléatoire qui associe à chaque épreuve le nombre de canards survivants. On se propose de déterminer la loi de probabilité de  $X$ , puis de calculer son espérance mathématique.

1. On note les canards  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ . À l'aide d'un arbre, déterminer le nombre d'issues associées à cette expérience aléatoire.
2. Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
3. Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .
4. On veut généraliser le résultat précédent.
  - a) On considère le canard  $C_1$ . Quelle est sa probabilité de survie ? En déduire une autre façon de calculer le nombre moyen de canards survivants.
  - b) Appliquer cette méthode pour déterminer le nombre moyen de survivants si l'on considère la même situation avec 10 chasseurs et 10 canards.

### *Les réponses de trois élèves de Première S à la question 2*

#### *Elève 1*

*X suit une loi binomiale car c'est la même épreuve qui se répète 3 fois.*

*Donc,  $n = 3$  et  $p = \frac{1}{3}$  puisque chaque tireur touche un canard sur trois chaque fois.*

#### *Elève 2*

*$P(X = 0) = \frac{1}{27} \times 3 = \frac{1}{9}$  car 0 survivant, c'est 3 tués, et pour chaque canard, il y a une chance sur 27 avec trois tireurs qui peuvent le toucher.*

*$P(X = 1) = \frac{1}{27} \times 9 = \frac{1}{3}$  car il y a 9 cas qui donnent un survivant*

*$P(X = 2) = \frac{1}{27} \times 3 = \frac{1}{9}$  car cela fait un tué, et il y a trois canards à tuer.*

*Il y a une erreur parce que la somme n'est pas 1.*

*Elève 3*

*J'ai trouvé 27 issues.*

*$P(X = 0) = 0$  car il y a toujours un tué.*

*$P(X = 1) = \frac{3}{27}$ , car le tué peut être  $C_1$ ,  $C_2$  ou  $C_3$ .*

*$P(X = 2) = \frac{9}{27}$ , car j'ai compté 6 branches avec deux tués : 2 pour  $C_1$ , puis fois ..*

*Et alors  $P(X = 3) = 1 - \frac{3}{27} - \frac{9}{27} = \frac{15}{27}$ .*

***Le travail à exposer devant le jury***

1. Analyser les productions des élèves, en mettant en évidence les connaissances acquises dans le domaine des probabilités et l'origine de leurs éventuelles erreurs.
2. Proposer une correction de la question 2, telle que vous l'exposeriez devant une classe de première.
3. Proposer une simulation sur tableur de l'expérience aléatoire décrite dans cet énoncé.
4. Présenter deux ou trois exercices se rapportant au thème « **Variables aléatoires** ».