

Dossier PS 5

Thème : Probabilités conditionnelles

**L'exercice**

Pour réaliser une loterie, un organisateur dispose d'une part d'un sac contenant exactement un jeton blanc et 9 jetons noirs indiscernables au toucher et, d'autre part, d'un dé cubique équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Il décide des règles suivantes pour le déroulement d'une partie.

Le joueur doit tirer un jeton, puis jeter le dé :

- si le jeton est blanc, le joueur perd lorsque le jet du dé donne 6 ;
- si le jeton est noir, le joueur gagne lorsque le jet du dé donne 6.

A la fin de la partie, le jeton est remis dans le sac.

On note  $B$  l'événement « le jeton tiré est blanc » et  $G$  l'événement « le joueur gagne le jeu ».

1. Montrer que  $p(G) = \frac{7}{30}$ .

2. Quelle est la probabilité que le joueur ait tiré le jeton blanc sachant qu'il a perdu ?

3. Un joueur fait trois parties de façon indépendante.

a. Calculer la probabilité qu'il gagne les trois parties.    b. Calculer la probabilité qu'il en gagne exactement une.

c. Calculer la probabilité qu'il en gagne au moins une.

4. Déterminer le nombre minimal de parties (indépendantes) qu'un joueur doit effectuer pour que la probabilité qu'il en gagne au moins une soit supérieure à 0,999 9 .

**Des productions d'élèves de terminale .**

**Elève 1 . Question 2**

$$p_{\bar{G}}(B) = \frac{p(B \cap \bar{G})}{p(\bar{G})} = \frac{p(B) \times p(\bar{G})}{p(\bar{G})} = \frac{\frac{1}{10} \times \frac{1}{6}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{10}$$

**Elève 2. Questions 3a et 3b**

3.a  $3p(G) = \left(\frac{7}{30}\right) \times 3 = \frac{21}{30}$

3.b.  $p(G) + 2 p(P) = \frac{7}{30} + \frac{23}{30} \times 2 = \frac{53}{40}$

**Elève 3. Question 3c**

On cherche la probabilité que le joueur a de gagner au moins une partie = 1 – la probabilité qu'il les perde toutes.

La probabilité qu'il les gagne toutes est  $p(A) = \frac{543}{27000}$  et  $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - \frac{543}{27000}$   
donc la probabilité que le joueur a de gagner au moins une partie est  $0,987 \approx 98,7\%$

### **Le travail à exposer devant le jury**

- 1-** Analysez les productions de ces trois élèves en relevant en particulier leurs réussites et leurs erreurs. Indiquez l'origine des erreurs mentionnées.
- 2-** Proposez une correction des questions **1** et **4** comme vous le feriez devant une classe de terminale.
- 3-** Ecrivez un algorithme permettant de répondre à la question **4**.
- 4-** Proposez deux ou trois exercices sur le thème *probabilités conditionnelles*. Vous prendrez soin de motiver vos choix.