Université Claude Bernard Lyon 1
M1 EADM
Année 2012-2013

Approfondissement 2 : fiche n^o 3

Exercice 1. Pour un même test, on passe d'un risque de 10% à un risque de 5%. Comment la zone d'acceptation évolue-t-elle ? Avec lequel de ces deux risques accepte-t-on le plus facilement l'hypothèse H_0 ?

Exercice 2. Dans le test d'égalité de moyenne, comme la zone d'acceptation évolue-t-elle si on multiplie la taille de l'échantillon par 100 ? Et si la variance σ^2 est divisée par 2 ?

Exercice 3. Dans un test, la $p-$valeur est de 0.75. Conclusion ? Et lorsqu'elle vaut 0.063 ?

Exercice 4. Une étude mentionne le fait que la taille des enfants de 6 ans en France est égale en moyenne à 113,8cm, avec un écart-type de 5,0cm. En fin de grande section de maternelle, la taille des 25 élèves d'une classe a été mesurée : la taille moyenne est de 111,2cm. On admet que l'échantillon est gaussien. Effectuer un test de comparaison de moyenne de risque 5% et en déduire si la taille des élèves de cette classe est significativement différente de la moyenne nationale.

Exercice 5. Le taux de réussite au brevet des collèges dans le département du Rhône est de 87,8%. Dans un collège, 100 élèves ont passé cet examen et 81 l'ont réussi. Ces résultats sont-ils significativement différents de la moyenne départementale ? Justifier l'utilisation d'un test de comparaison de moyenne.

Exercice 6. Reprendre l'exercice précédent en utilisant un test du χ^2 d'adéquation à la loi de Bernoulli de paramètre 0.878.

Exercice 7. Un groupe d'étudiants a été interrogé sur leur moyen de transport ainsi que sur le lieu où ils déjeunaient à midi (RU ou autre). On a obtenu la table de contingence suivante :

Midi \ Transport	TCL	voiture	autre
RU	15	10	12
autre	10	12	11

Déterminer le nombre puis la proportion d'étudiants utilisant chacun des moyens de transport, ainsi que le nombre et la proportion d'étudiants mangeant au RU.

Effectuer un test du χ^2 d'indépendance de risque 5%. Peut-on dire que le moyen de transport à une influence sur le lieu de restauration ?

Exercice 8. Les données suivantes ont été obtenues par simulation d'une loi uniforme sur $[0, 1]$. Tester la qualité de cet échantillon à l'aide d'un test du χ^2 d'adéquation de risque 5%. On pourra créer 10 classes équiréparties.

0.006	0.008	0.018	0.020	0.029	0.050	0.067	0.073	0.077	0.089
0.132	0.135	0.135	0.145	0.147	0.160	0.182	0.233	0.247	0.260
0.264	0.288	0.296	0.310	0.325	0.334	0.336	0.337	0.353	0.369
0.398	0.409	0.419	0.438	0.444	0.452	0.467	0.472	0.477	0.481
0.488	0.510	0.514	0.518	0.526	0.533	0.535	0.560	0.568	0.598
0.600	0.610	0.618	0.633	0.637	0.647	0.665	0.669	0.689	0.691
0.696	0.698	0.704	0.706	0.707	0.721	0.726	0.727	0.729	0.729
0.730	0.741	0.765	0.770	0.771	0.772	0.780	0.796	0.812	0.828
0.836	0.846	0.851	0.851	0.866	0.896	0.899	0.921	0.924	0.928
0.932	0.936	0.947	0.948	0.968	0.973	0.974	0.989	0.991	0.994

Exercice 9. Les résultats ci-dessous sont les temps (en minutes) séparant deux appels successifs au standard d'une grande entreprise. Ces données ont été reclassées par ordre croissant et on les notera $(x_i)_{1 \leq i \leq 50}$.

0.01	0.02	0.08	0.09	0.17	0.17	0.27	0.31	0.32	0.36
0.38	0.40	0.47	0.50	0.51	0.59	0.61	0.73	0.77	0.86
0.92	1.02	1.02	1.07	1.08	1.14	1.15	1.22	1.27	1.31
1.36	1.61	1.65	1.69	1.76	1.99	2.24	2.31	2.85	2.96
3.14	3.24	3.25	3.89	3.99	4.82	9.11	10.60	10.95	11.98

La moyenne et l'écart-type de cet échantillon sont respectivement égales à 2.08 et 2.81.

1. Faut-il faire des hypothèses sur la loi dont relève l'échantillon pour obtenir des intervalles de confiance de la moyenne et de la variance de cette loi ? Dans l'affirmative, précisez ces hypothèses (et supposez pour les deux questions suivantes que ces hypothèses sont réalisées). Sinon, justifiez votre réponse.
2. Donner un intervalle de confiance de niveau 95%, puis de niveau 90% de la moyenne de la loi théorique dont relève l'échantillon.
3. On souhaite effectuer un test du χ^2 d'ajustement avec une loi exponentielle d'espérance 2 pour un risque de 5%. Pour cela, créer 10 classes équiprobables (de la forme $[a_i, a_{i+1}[$ avec $a_0 = 0$ et $a_{10} = +\infty$), déterminer les effectifs empiriques et théoriques de chacune des classes, calculer la distance de Pearson (ie la statistique de test), puis procéder au test lui-même.