Université Claude Bernard Lyon 1
M1 EADM
Année 2012-2013

Approfondissement 2 : TP n°2
Quelques indications

Exercice 9 du TD 3 : On demande de créer des classes équiprobables, donc de probabilité 1/10 et d'effectif théorique égal à 50/10=5. Ces classes doivent former une partition de $\mathbf{R}^+$ qui est l'ensemble des valeurs prises par une variable aléatoire de loi exponentielle. On aura ainsi $I_1 = [0, a_1[, I_2 = [a_1, a_2[, \ldots, I_9 = [a_8, a_9[$ et $I_{10} = [a_9, +\infty[$.

Notons X une variable aléatoire de loi exponentielle d'espérance 2. La probabilité pour que X appartienne à un intervalle $[a, b]$ (avec $b \geq a \geq 0$) est égale à

$$\mathbf{P}(X \in [a, b]) = \int_a^b \frac{1}{2} e^{-t/2}\, dt = e^{-a/2} - e^{-b/2}$$

Cela nous permet de déterminer a_1 : a_1 doit vérifier

$$1 - e^{-a_1/2} = \frac{1}{10}$$

On détermine ensuite de façon similaire les réels $a_2, \ldots, a_9$.

Les effectifs théoriques des 10 classes sont tous égaux à 5, et on peut calculer leurs effectifs empiriques avant de procéder au test. Le nombre de degré de liberté à utiliser pour la loi du χ^2 est égal à 9 (nombre de classes -1).

Exercice 3 du TP 2 :

Dans la question 3, un "premier jet" de partition de $\mathbf{R}$ est fourni : il s'agit des intervalles $]-\infty, 95]$, $]95, 97], \ldots,]137, 139]$ et $]139, +\infty[$.

Pour calculer les effectifs théoriques de chacune des classes, il faut déterminer la probabilité pour qu'une variable aléatoire Y de loi normale d'espérance $\overline{m}$ et d'écart-type $\overline{\sigma}$ (où $\overline{m}$ et $\overline{\sigma}$ sont les valeurs empiriques calculées sur l'échantillon) appartienne aux intervalles en questions. Pour cela, utiliser la fonction loi.normale du tableur ou de GeoGebra, puis multiplier les probabilités obtenues par 2867 pour obtenir les effectifs théoriques (attention : il ne faut pas utiliser la densité mais la fonction de répartition de la loi normale ; le dernier paramètre de loi.normale doit être un 1).

Certains de ces effectifs théoriques sont inférieurs à 5 : on procède donc à des regroupements de classes contigües ; on calcule les nouveaux effectifs empiriques et théoriques (en sommant ceux des classes regroupées), puis on calcule la distance de Pearson.

Le nombre de degrés de liberté à utiliser pour la loi du χ^2 est le nombre de classes après regroupement moins 3 (puisqu'il y a 2 paramètres estimés).