

## QUELQUES IDEES DE DEVELOPPEMENTS

1. **Continuité des racines par rapport aux coefficients (pp. 79-80, exercice F.33) :**
  - 105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
  - 144 : Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Localisation des racines dans les cas réel et complexe.
  
2. **Classification des endomorphismes nilpotents, diagrammes de Young (pp. 87-93) :**
  - 150 : Exemples d'action de groupes sur des espaces de matrices.
  - 151 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
  - 153 : Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Réduction des endomorphismes en dimension finie. Applications.
  - 157 : Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.
  
3. **Matrices échelonnées en lignes (pp. 130-133, théorème 2.3) :**
  - 159 : Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
  - 162 : Systèmes d'équations linéaires; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.
  
4. **Classification des formes quadratiques sur  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{F}_q$  (pp. 151-153) :**
  - 150 : Exemples d'action de groupes sur des espaces de matrices.
  - 151 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
  - 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
  
5. **Classification des coniques (pp. 164-169) :**
  - 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

– 180 : Coniques. Applications.

**6. Loi de La réciprocité quadratique avec les formes quadratiques (pp. 182-187) :**

- 121 : Nombres premiers. Applications.
- 123 : Corps finis. Applications.
- 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 190 : Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrements.

**7. Les formes de Hankel (p. 197, exercice D.21) :**

- 144 : Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Localisation des racines dans les cas réel et complexe.
- 159 : Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
- 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 171 : Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

**8. Décomposition polaire (pp. 202-205) :**

- 106 : Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie  $E$ , sous-groupes de  $GL(E)$ . Applications.
- 155 : Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
- 158 : Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
- 160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie)

**9. L'homéomorphisme  $\exp : \mathcal{S}_n(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{S}_n^{++}(\mathbf{R})$  (pp. 208-210) :**

- 155 : Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
- 156 : exponentielle de matrices. Applications.
- 158 : Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
- 171 : Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

**10. L'homéomorphisme  $O(p, q) \simeq O(p) \times O(q) \times \mathbf{R}^{pq}$  (pp. 211-213) :**

- 156 : exponentielle de matrices. Applications.
- 160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
- 161 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Forme réduite. Applications en dimensions 2 et 3.

**11. L'isomorphisme exceptionnel  $SU(2)/\{\pm I_2\} \simeq SO(3)$  (pp. 232-234) :**

- 101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
- 108 : Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
- 160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
- 161 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Forme réduite. Applications en dimensions 2 et 3.
- 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 171 : Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.
- 182 : Application des nombres complexes à la géométrie.
- 183 : Utilisation des groupes en géométrie.

**12. Quelques isomorphismes exceptionnels (pp. 257-258, proposition 3.1) :**

- 101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
- 104 : Groupes finis. Exemples et applications.
- 105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

**13. L'isomorphisme exceptionnel  $PSL_2(\mathbf{C}) \simeq SO_3(\mathbf{C})$  (pp. 273-274) :**

- 204 : Connexité. Exemples et applications.
- 214 : Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.
- 217 : Sous-variétés de  $\mathbf{R}^n$ . Exemples.

**14. Le théorème de Desargues (pp. 333-339) :**

- 101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- 183 : Utilisation des groupes en géométrie.

**15. Isométries du cube et du tétraèdre (pp. 362-366) :**

- 104 : Groupes finis. Exemples et applications.
- 105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
- 108 : Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
- 161 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Forme réduite. Applications en dimensions 2 et 3.
- 181 : Barycentre dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
- 183 : Utilisation des groupes en géométrie.