

QUELQUES IDEES DE DEVELOPPEMENTS

1. **Continuité des racines par rapport aux coefficients (pp. 79-80, exercice F.33) :**
 - 105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
 - 144 : Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Localisation des racines dans les cas réel et complexe.

2. **Classification des endomorphismes nilpotents, diagrammes de Young (pp. 87-93) :**
 - 150 : Exemples d'action de groupes sur des espaces de matrices.
 - 151 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
 - 153 : Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Réduction des endomorphismes en dimension finie. Applications.
 - 157 : Endomorphismes trigonalisables. Endomorphismes nilpotents.

3. **Matrices échelonnées en lignes (pp. 130-133, théorème 2.3) :**
 - 159 : Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
 - 162 : Systèmes d'équations linéaires; opérations, aspects algorithmiques et conséquences théoriques.

4. **Classification des formes quadratiques sur \mathbf{R} , \mathbf{C} , \mathbf{F}_q (pp. 151-153) :**
 - 150 : Exemples d'action de groupes sur des espaces de matrices.
 - 151 : Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.
 - 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

5. **Classification des coniques (pp. 164-169) :**
 - 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.

– 180 : Coniques. Applications.

6. Loi de La réciprocité quadratique avec les formes quadratiques (pp. 182-187) :

- 121 : Nombres premiers. Applications.
- 123 : Corps finis. Applications.
- 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 190 : Méthodes combinatoires, problèmes de dénombrements.

7. Les formes de Hankel (p. 197, exercice D.21) :

- 144 : Racines d'un polynôme. Fonctions symétriques élémentaires. Localisation des racines dans les cas réel et complexe.
- 159 : Formes linéaires et hyperplans en dimension finie. Exemples et applications.
- 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 171 : Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

8. Décomposition polaire (pp. 202-205) :

- 106 : Groupe linéaire d'un espace vectoriel de dimension finie E , sous-groupes de $GL(E)$. Applications.
- 155 : Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
- 158 : Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
- 160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie)

9. L'homéomorphisme $\exp : \mathcal{S}_n(\mathbf{R}) \rightarrow \mathcal{S}_n^{++}(\mathbf{R})$ (pp. 208-210) :

- 155 : Endomorphismes diagonalisables en dimension finie.
- 156 : exponentielle de matrices. Applications.
- 158 : Matrices symétriques réelles, matrices hermitiennes.
- 171 : Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.

10. L'homéomorphisme $O(p, q) \simeq O(p) \times O(q) \times \mathbf{R}^{pq}$ (pp. 211-213) :

- 156 : exponentielle de matrices. Applications.
- 160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
- 161 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Forme réduite. Applications en dimensions 2 et 3.

11. L'isomorphisme exceptionnel $SU(2)/\{\pm I_2\} \simeq SO(3)$ (pp. 232-234) :

- 101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
- 108 : Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
- 160 : Endomorphismes remarquables d'un espace vectoriel euclidien (de dimension finie).
- 161 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Forme réduite. Applications en dimensions 2 et 3.
- 170 : Formes quadratiques sur un espace vectoriel de dimension finie. Orthogonalité, isotropie. Applications.
- 171 : Formes quadratiques réelles. Exemples et applications.
- 182 : Application des nombres complexes à la géométrie.
- 183 : Utilisation des groupes en géométrie.

12. Quelques isomorphismes exceptionnels (pp. 257-258, proposition 3.1) :

- 101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.
- 104 : Groupes finis. Exemples et applications.
- 105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.

13. L'isomorphisme exceptionnel $PSL_2(\mathbf{C}) \simeq SO_3(\mathbf{C})$ (pp. 273-274) :

- 204 : Connexité. Exemples et applications.
- 214 : Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites. Exemples et applications.
- 217 : Sous-variétés de \mathbf{R}^n . Exemples.

14. Le théorème de Desargues (pp. 333-339) :

- 101 : Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.

- 183 : Utilisation des groupes en géométrie.

15. Isométries du cube et du tétraèdre (pp. 362-366) :

- 104 : Groupes finis. Exemples et applications.
- 105 : Groupe des permutations d'un ensemble fini. Applications.
- 108 : Exemples de parties génératrices d'un groupe. Applications.
- 161 : Isométries d'un espace affine euclidien de dimension finie. Forme réduite. Applications en dimensions 2 et 3.
- 181 : Barycentre dans un espace affine réel de dimension finie, convexité. Applications.
- 183 : Utilisation des groupes en géométrie.