

## Mathématiques spécifiques : Nombres

### L3 Concours

#### Série 4

##### Exercice 1

Répondre par vrai ou faux aux affirmations suivantes en justifiant les réponses.

- 1) Si  $a$  est un nombre entier pair alors  $a^2$  est aussi un nombre entier pair.
- 2)  $a$  et  $q$  sont deux nombres entiers naturels.  
L'égalité  $a = 13q + 18$  montre que  $q$  est le quotient euclidien de  $a$  par 13.
- 3) Si le nombre à quatre chiffres  $8b76$  est un multiple de 3 alors le nombre  $b$  est un multiple de 3.
- 4) Le produit de trois nombres consécutifs dont le premier est pair est divisible par 24.

##### Exercice 2

Un cargo de 76 mètres de long et navigant à 25 km/h dépasse un bateau de plaisance de 15 mètres de long se déplaçant à 12 km/h.

Calculer la durée du dépassement.

(Le moment initial du dépassement correspond au moment où l'avant du cargo est à la hauteur de l'arrière du bateau de plaisance. Le moment final du dépassement correspond au moment où l'arrière du cargo est à la hauteur de l'avant du bateau de plaisance.)

##### Exercice 3

Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires. Il veut faire des paquets de sorte que :

- tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges,
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires,
- toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

- 1) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?
- 2) Combien y aura-t-il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

##### Exercice 4

Le granite est une roche cristalline formée d'un mélange hétérogène de quatre éléments : quartz, feldspath, biotite et minéraux secondaires.

- 1) Un bloc de granite est composé de :
  - 28 % de quartz,
  - 53 % de feldspath,
  - 11 % de biotite,
  - $19,2 \text{ dm}^3$  de minéraux secondaires.

Calculer le volume de ce bloc.

- 2) Un mètre cube de ce granite a une masse de 2,6 tonnes. Calculer la masse du bloc de granite considéré dans la question 1.

### Exercice 5

Vous faites un voyage aller et retour en voiture entre deux villes distantes de 1000 kilomètres. A l'aller, vous roulez à la vitesse moyenne de 120 km à l'heure et vous consommez 10 litres de carburant aux 100 km.

Au retour, les conditions de circulation sont telles que vous roulez à la vitesse moyenne de 60 km à l'heure et vous consommez 8 litres aux 100 km.

Les distances parcourues à l'aller et au retour sont les mêmes.

- 1) Quelle est la consommation moyenne sur l'ensemble du parcours ?
- 2) Quelle est la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours ?

### Exercice 6

Les nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des nombres entiers tels que  $0 < a \leq b \leq c$ .

On suppose que  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les mesures de longueur des côtés d'un triangle rectangle.

Montrez que l'un au moins de ces trois nombres est pair.

### Exercice 7

Voici des indications sur la répartition durant l'année scolaire 2004-2005, des 260 élèves d'un établissement scolaire sans internat.

- il y a 78 garçons demi-pensionnaires,
- 35 % des garçons sont externes,
- 45 % des filles sont externes.

- 1) a) Déterminer le nombre de garçons.
- b) Recopier et compléter le tableau suivant :

2) Parmi les élèves de l'établissement :

- a) Quel est le pourcentage des externes ?
- b) Quel est le pourcentage des garçons externes ?
- c) Quel est le pourcentage des élèves qui sont des garçons ou des externes ?

(Les résultats seront arrondis à l'unité)

3) De l'année scolaire 2003-2004 à la suivante, les effectifs de l'établissement ont augmenté de 4 %. Quel était le nombre d'élèves scolarisés dans cet établissement en 2003-2004 ?

### Exercice 8

Une colonie de vacances, qui accueille au maximum 100 enfants, organise une course d'orientation par équipes. Chaque équipe est constituée d'au moins deux enfants. Les moniteurs souhaiteraient qu'il y ait le même nombre d'enfants dans chaque équipe mais s'ils regroupent les enfants par trois, il en restera deux. S'ils les regroupent par quatre, il en restera un et s'ils les regroupent par cinq, il en restera deux. Finalement, ils réussissent à former plusieurs équipes, toutes avec le même nombre d'enfants.

- 1) Combien d'enfants y a-t-il dans cette colonie de vacances ?
- 2) Combien d'équipes sont ainsi formées ?