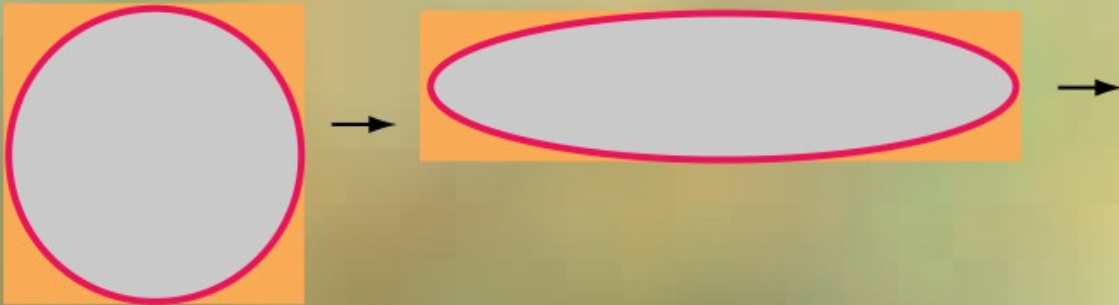


Du boulanger au photomaton

TRANSFORMATION
DU BOULANGER

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

TRANSFORMATION DU BOULANGER

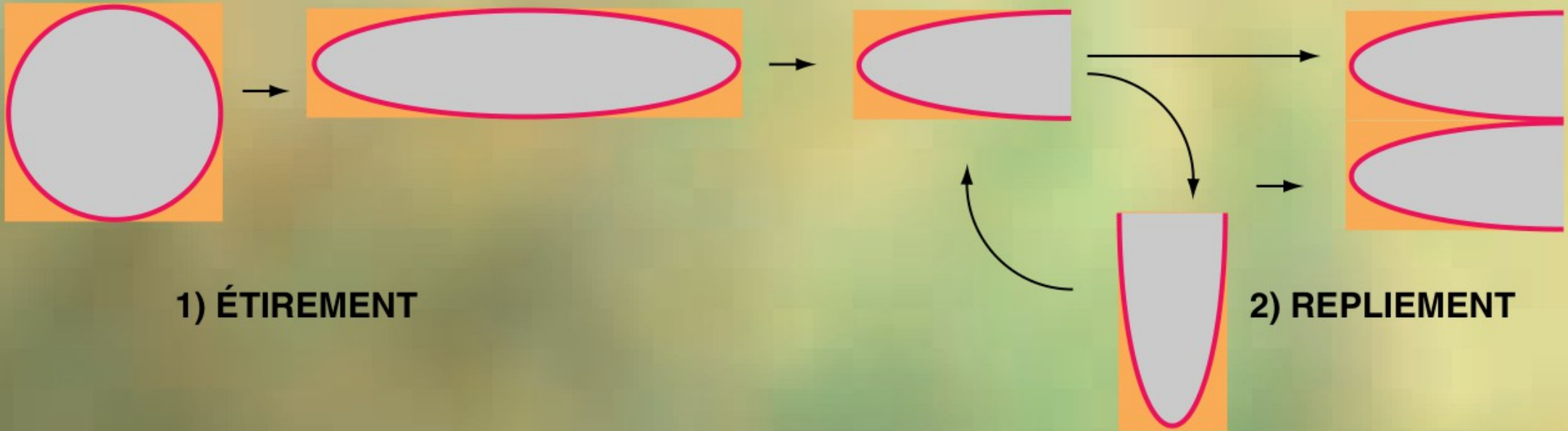


1) ÉTIREMENT

VERSION CONTINUE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

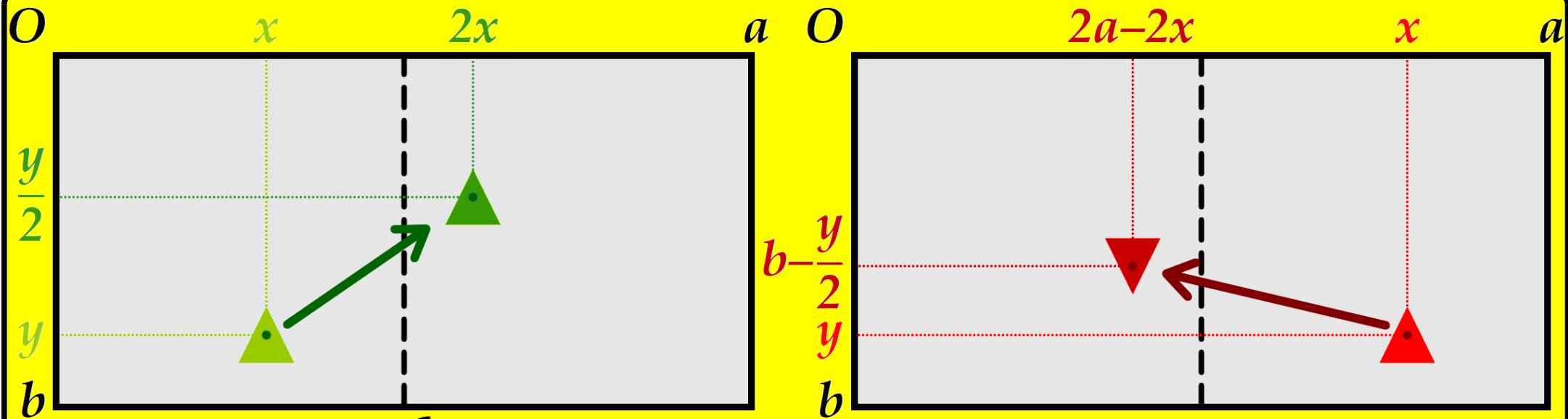
TRANSFORMATION DU BOULANGER



VERSION CONTINUE

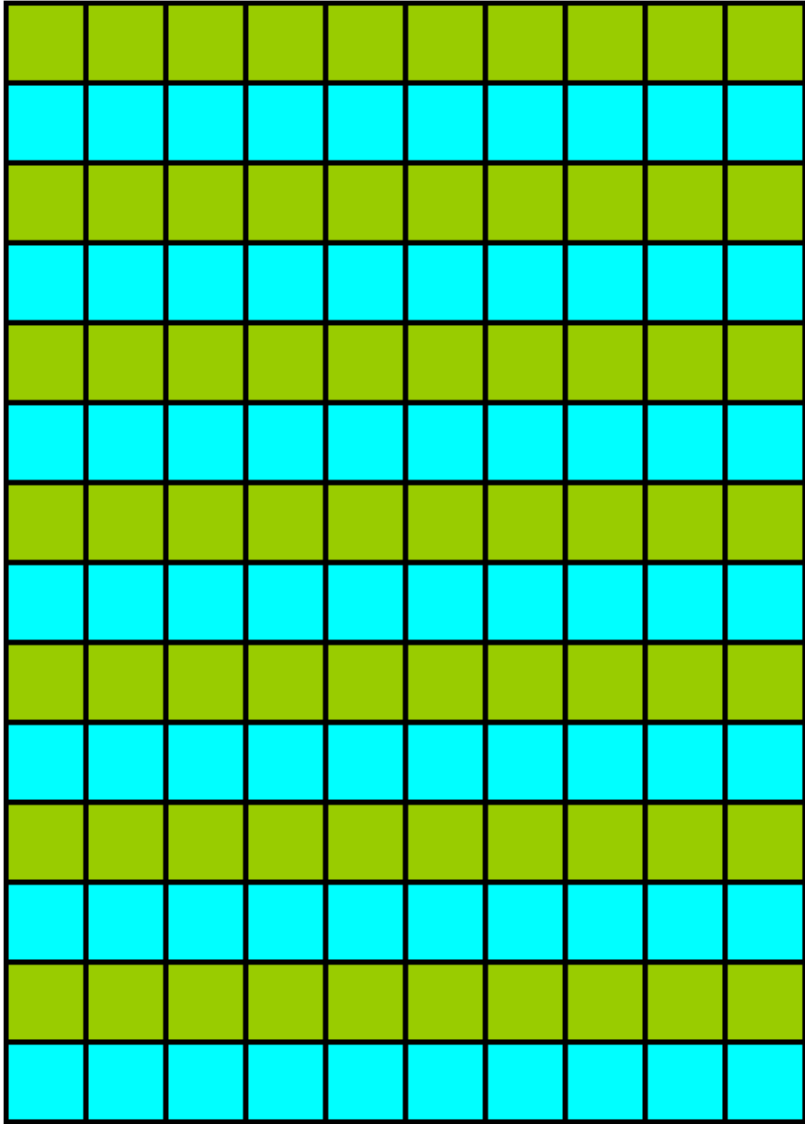
Modélisation : rectangle de taille $a \times b$

$(x, y) : \text{position } \textcolor{blue}{\text{avant}} \longleftrightarrow \varphi(x, y) : \text{position } \textcolor{red}{\text{après}}$



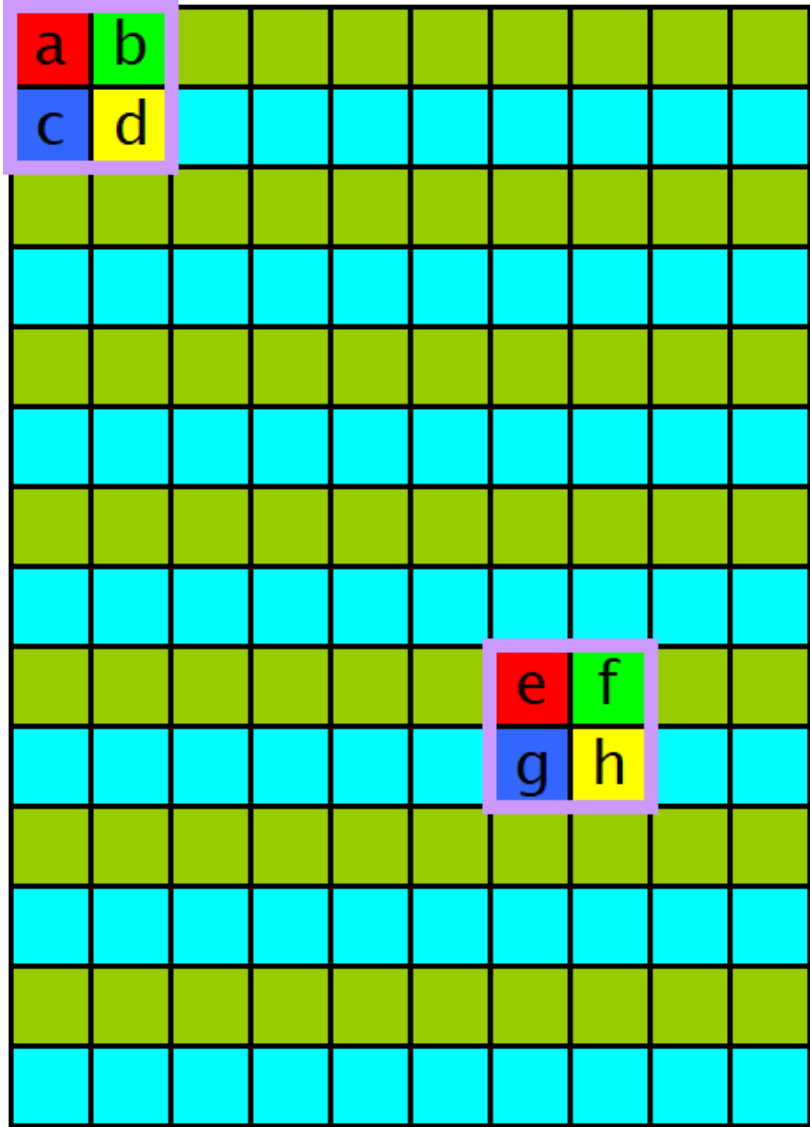
$$\varphi(x, y) = \begin{cases} \left(2x, \frac{y}{2} \right) & \text{si } 0 \leq x \leq a/2 \\ \left(2a - 2x, b - \frac{y}{2} \right) & \text{si } a/2 < x \leq a \end{cases}$$

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



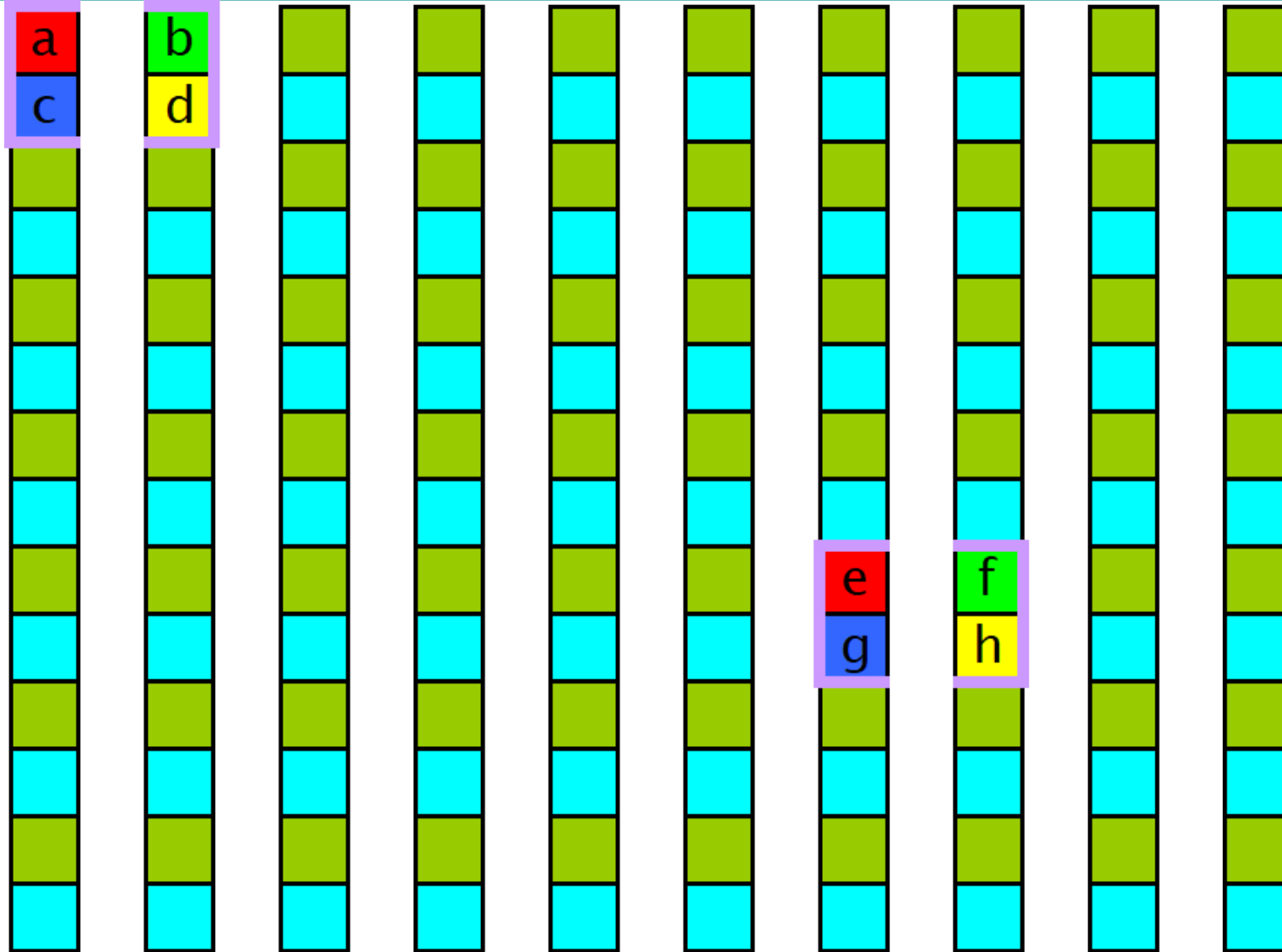
VERSION DISCRÈTE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



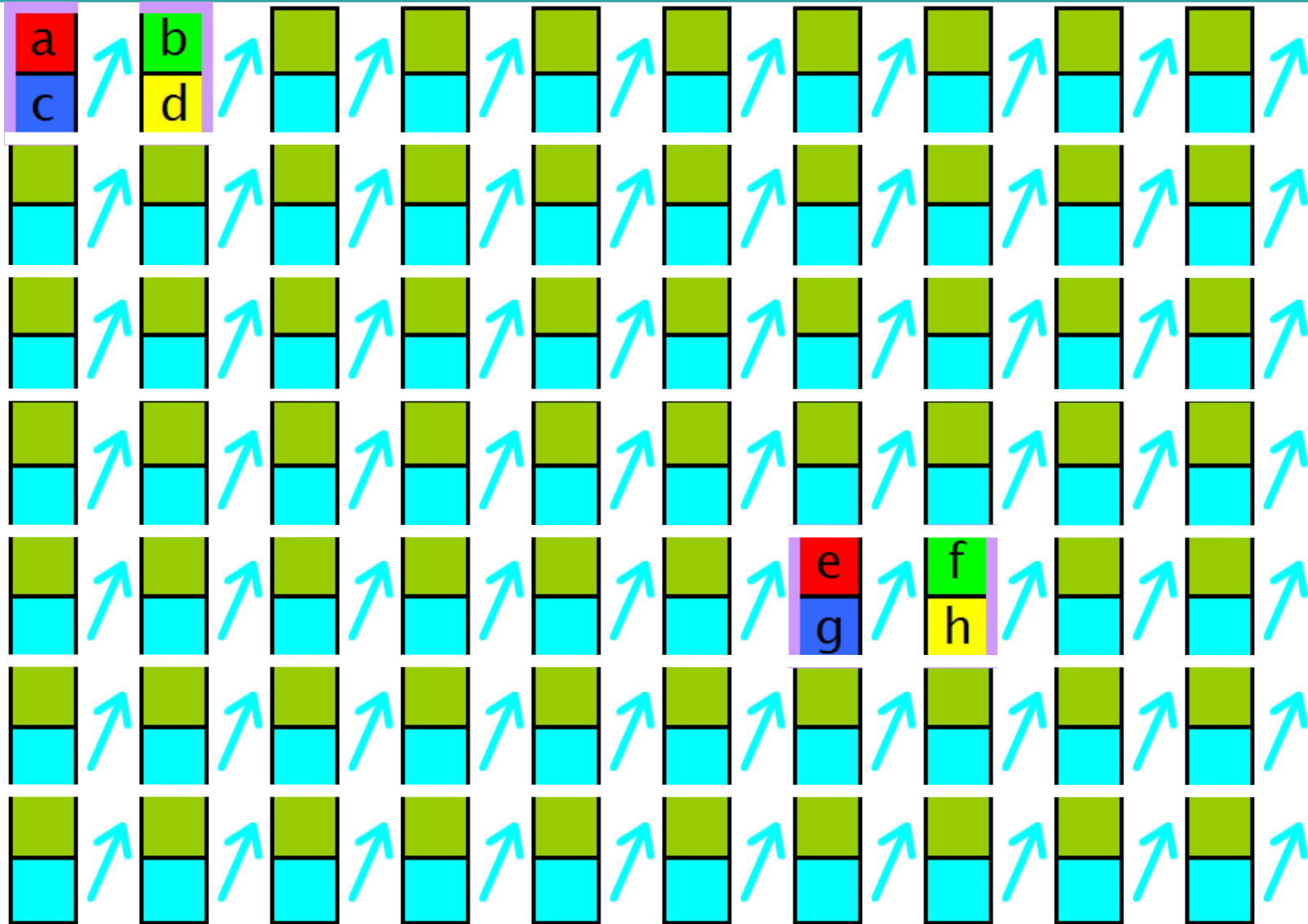
VERSION DISCRÈTE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



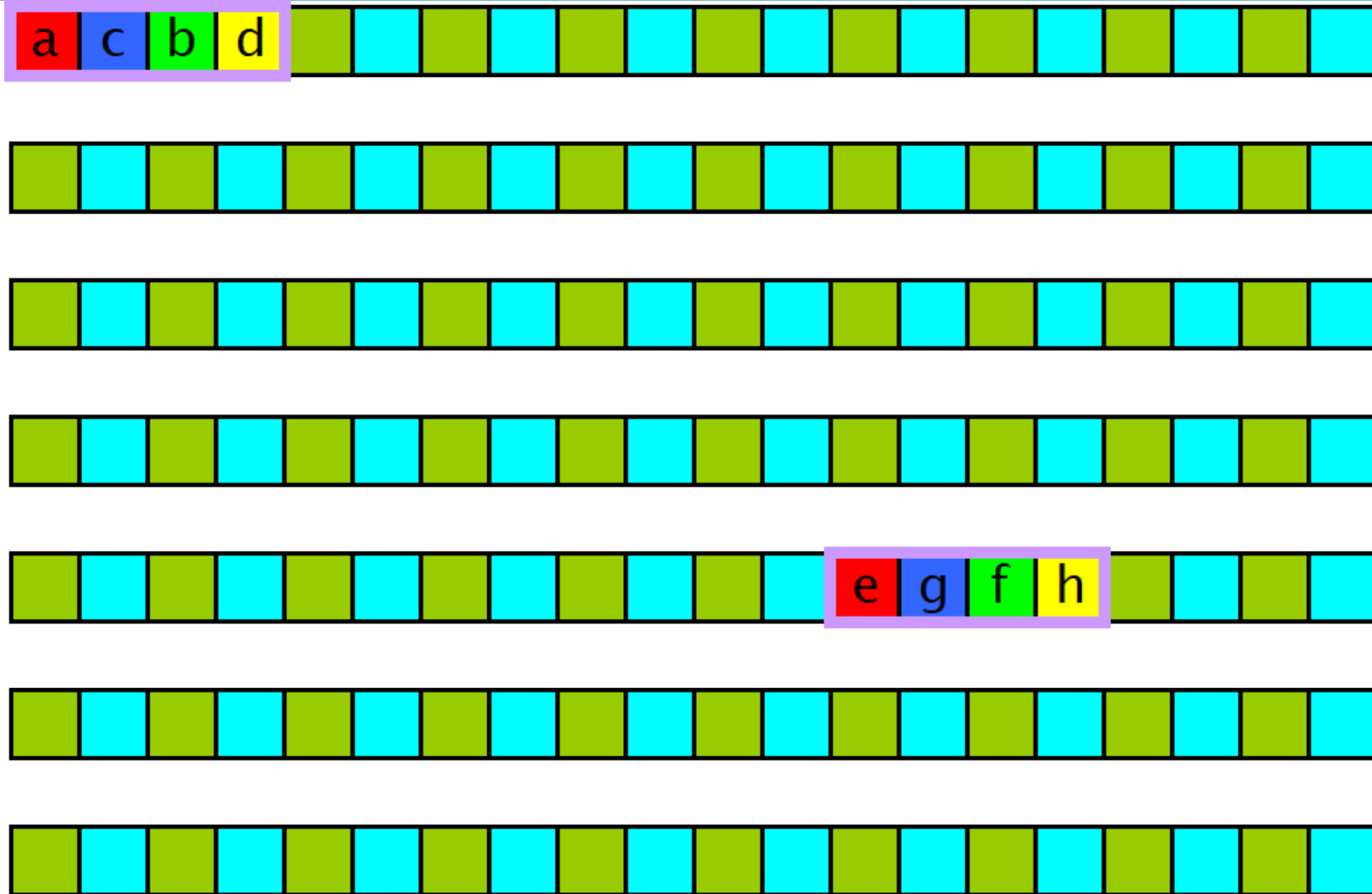
ON ÉTIRE HORIZONTALEMENT...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



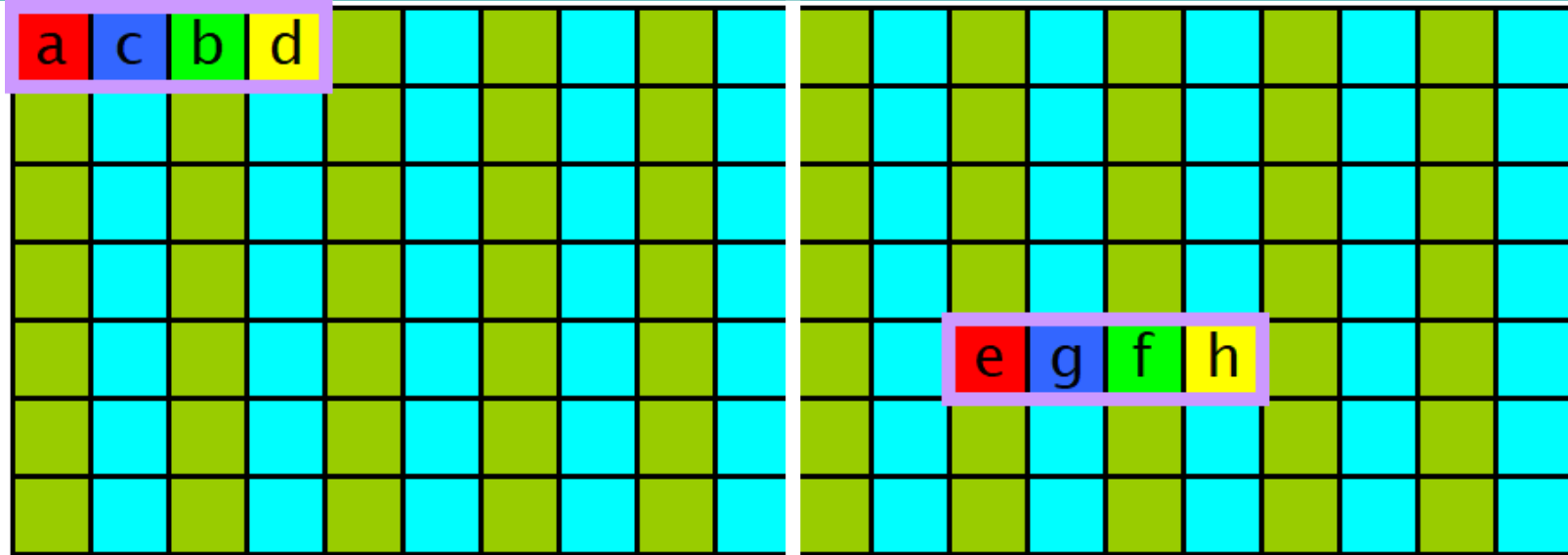
ON ÉTIRE HORIZONTALEMENT...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



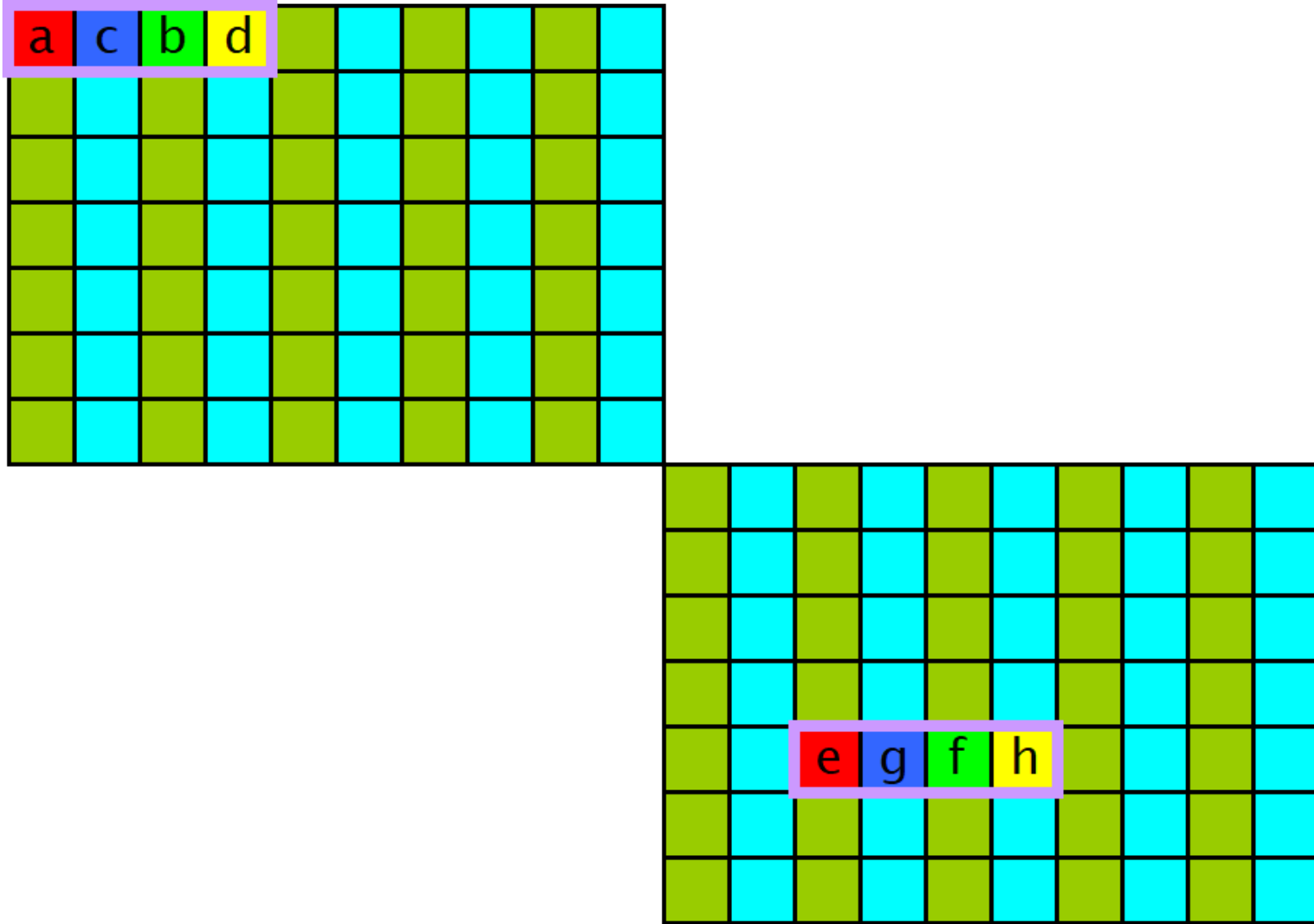
ON INSÈRE LIGNE PAR LIGNE...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



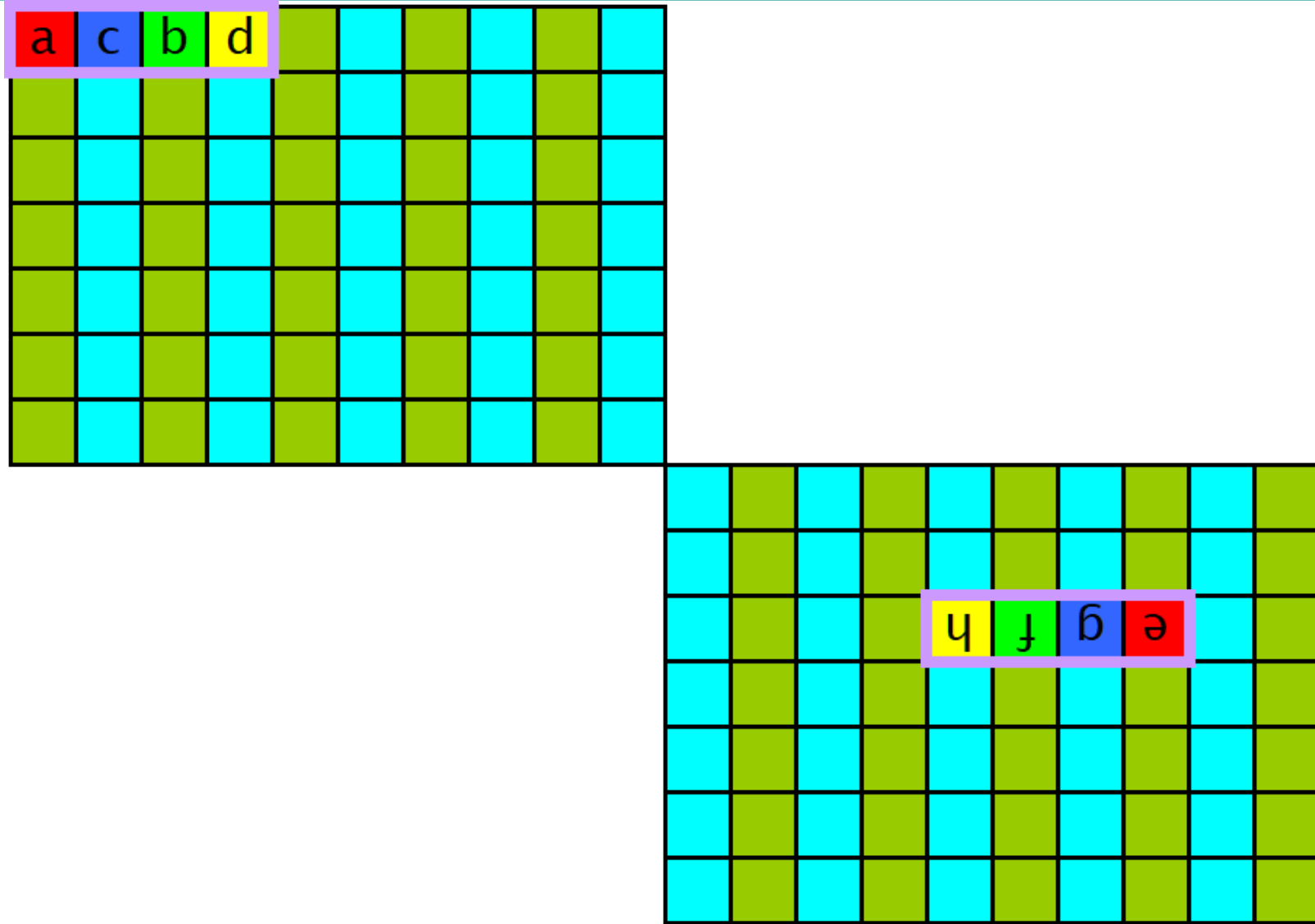
ON RESSERRE VERTICALEMENT...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



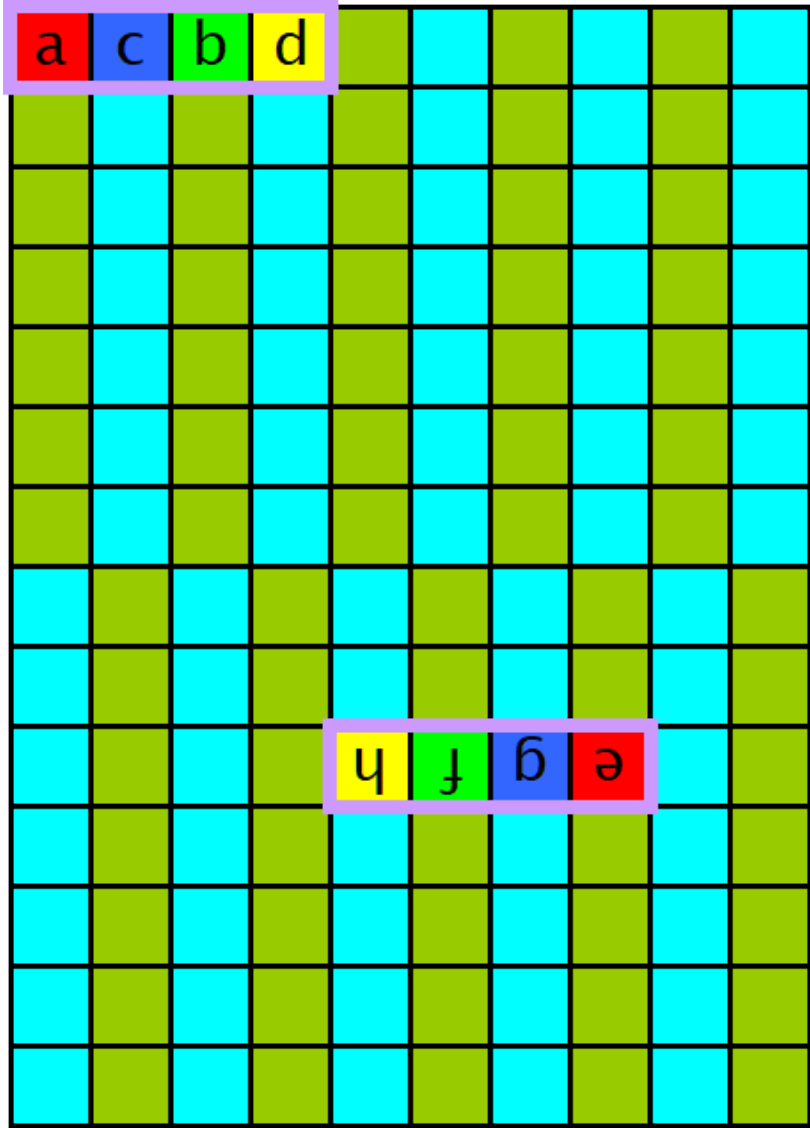
ON DÉCOUPE EN DEUX...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



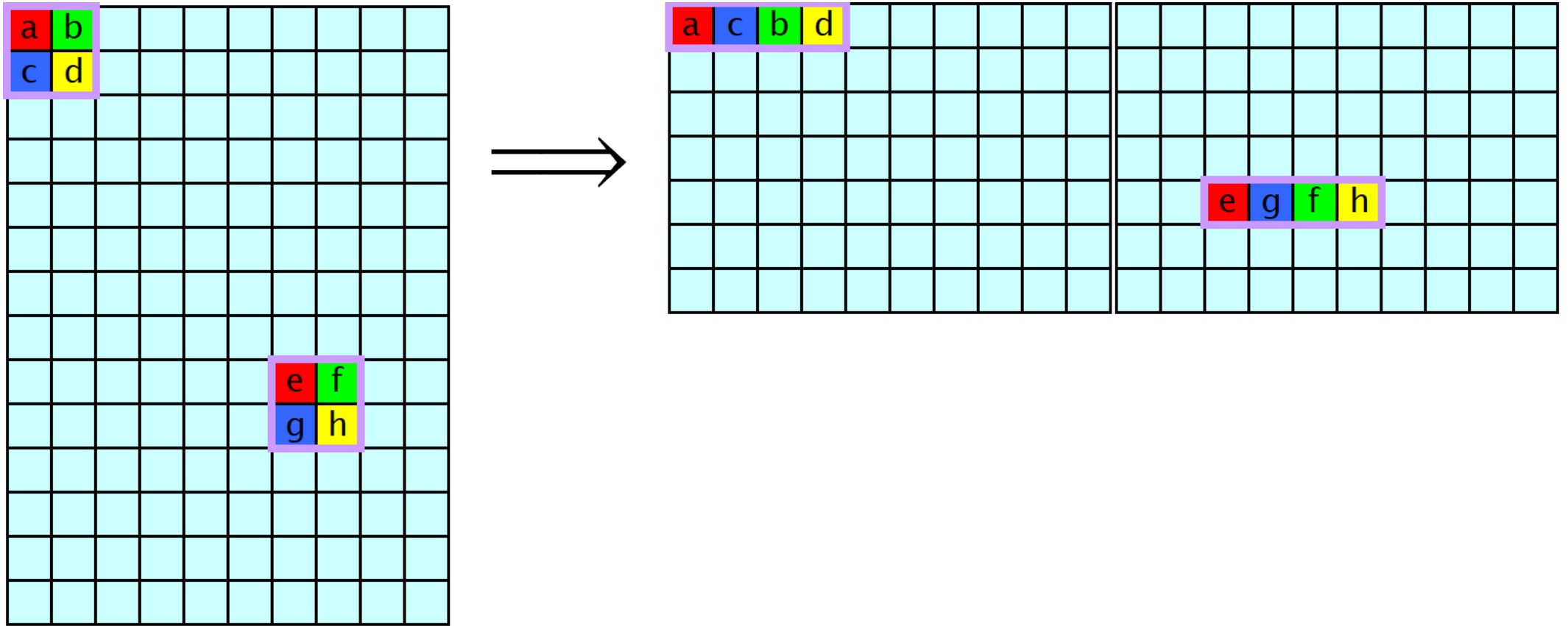
ON RETOURNE LA DEUXIÈME MOITIÉ...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



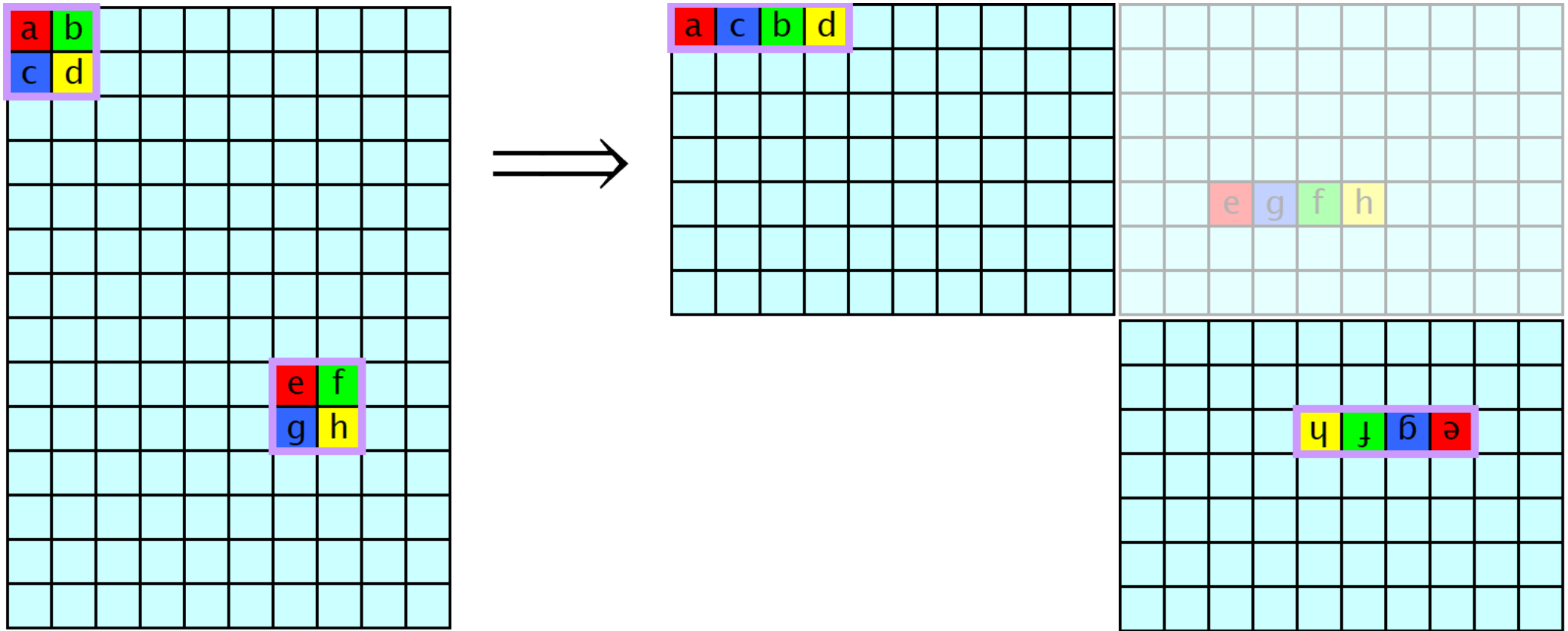
QUE L'ON REPLACE SOUS LA PREMIÈRE...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



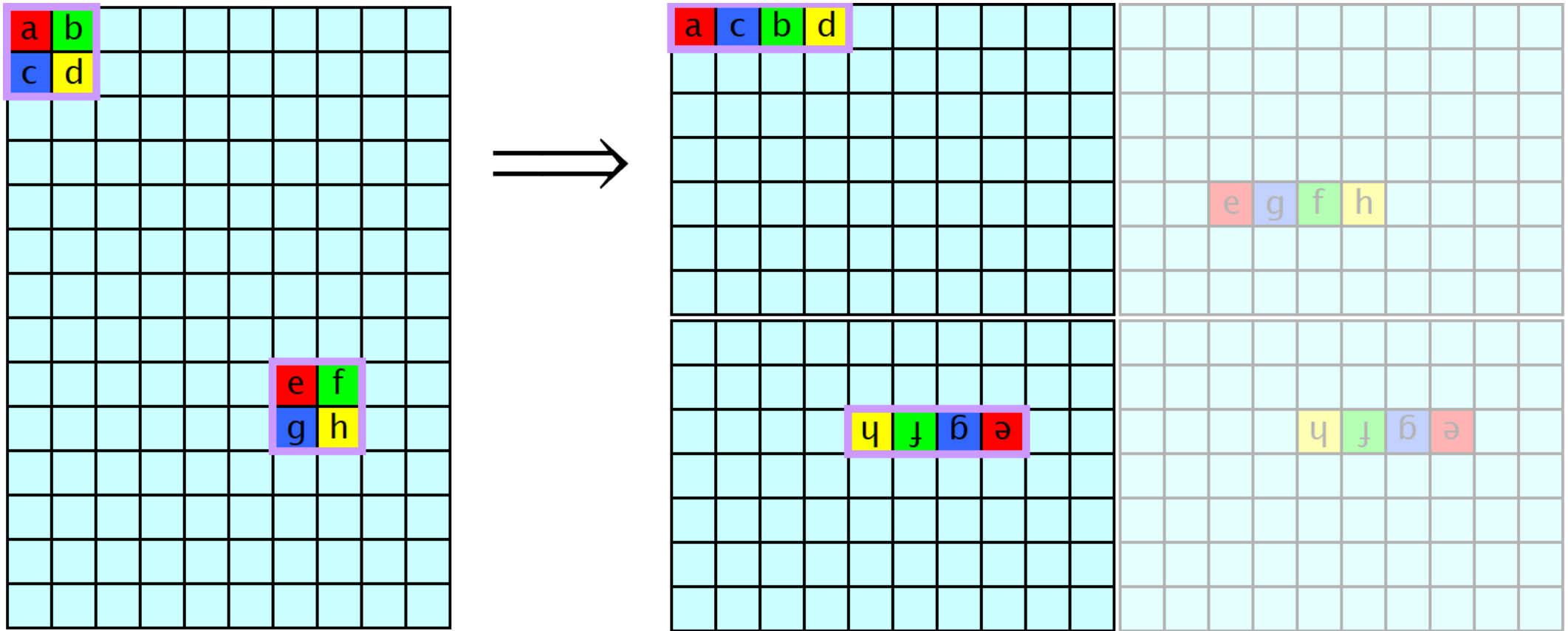
VISUALISATION SYNTHÉTIQUE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



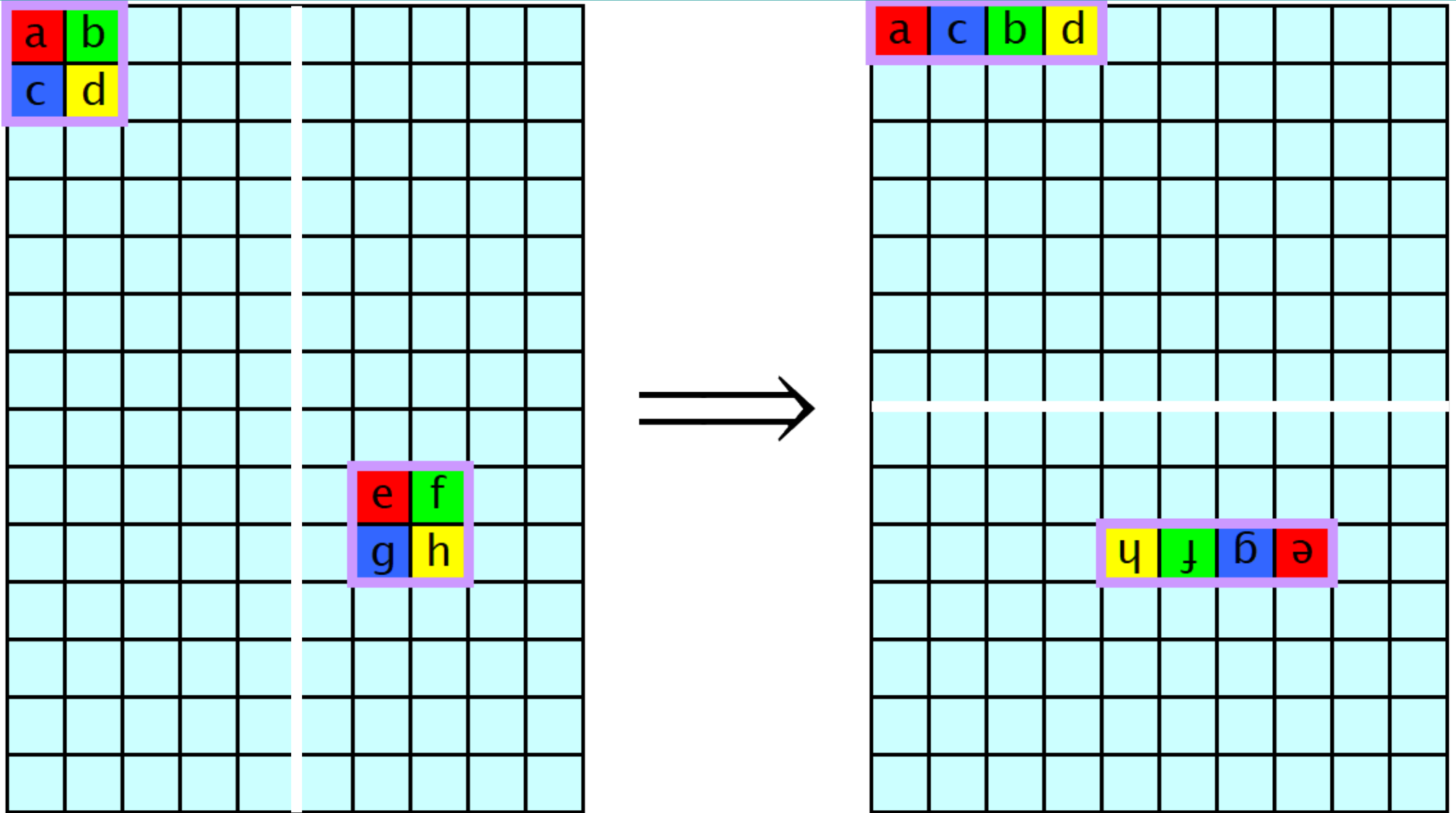
VISUALISATION SYNTHÉTIQUE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



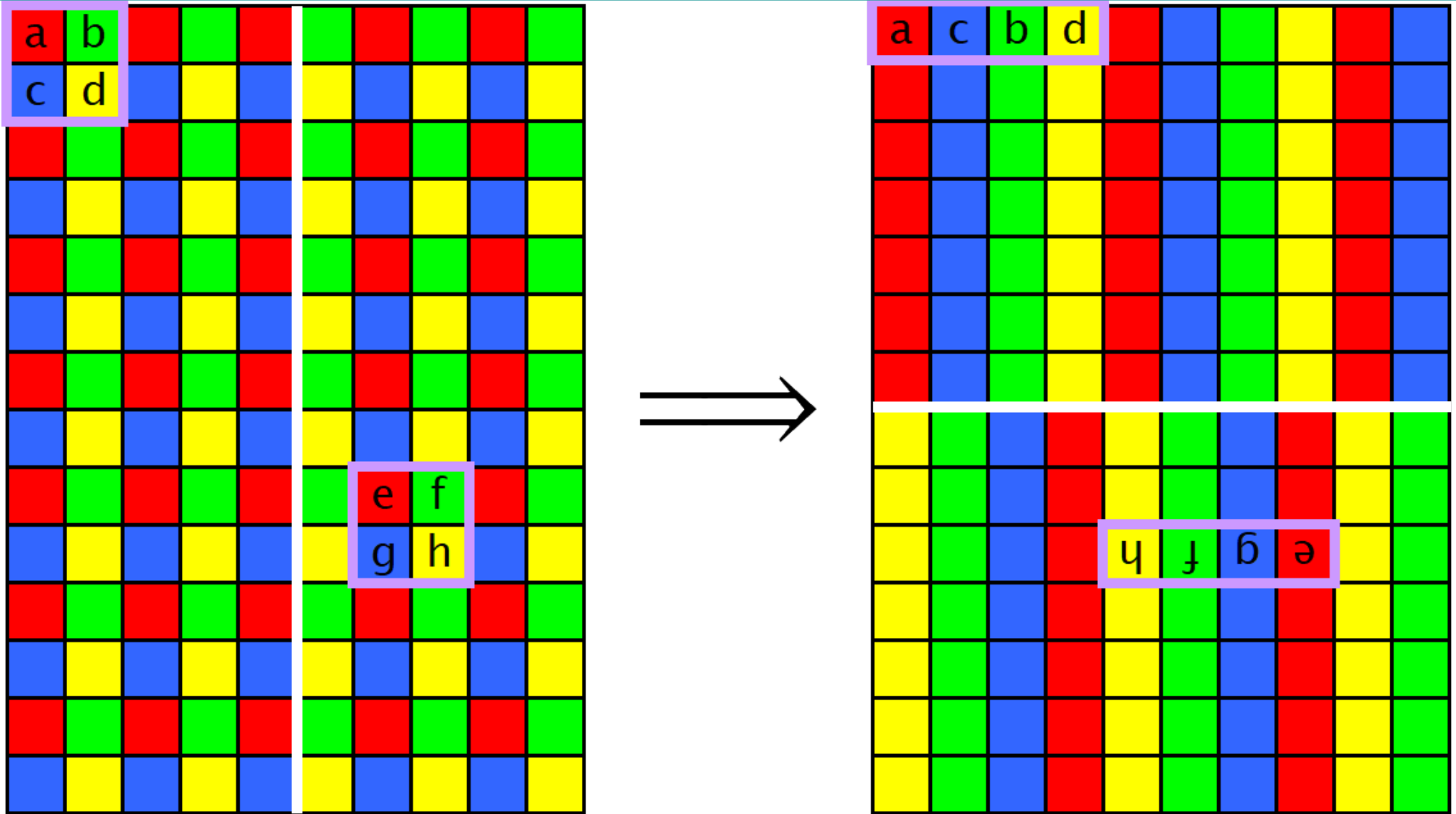
VISUALISATION SYNTHÉTIQUE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



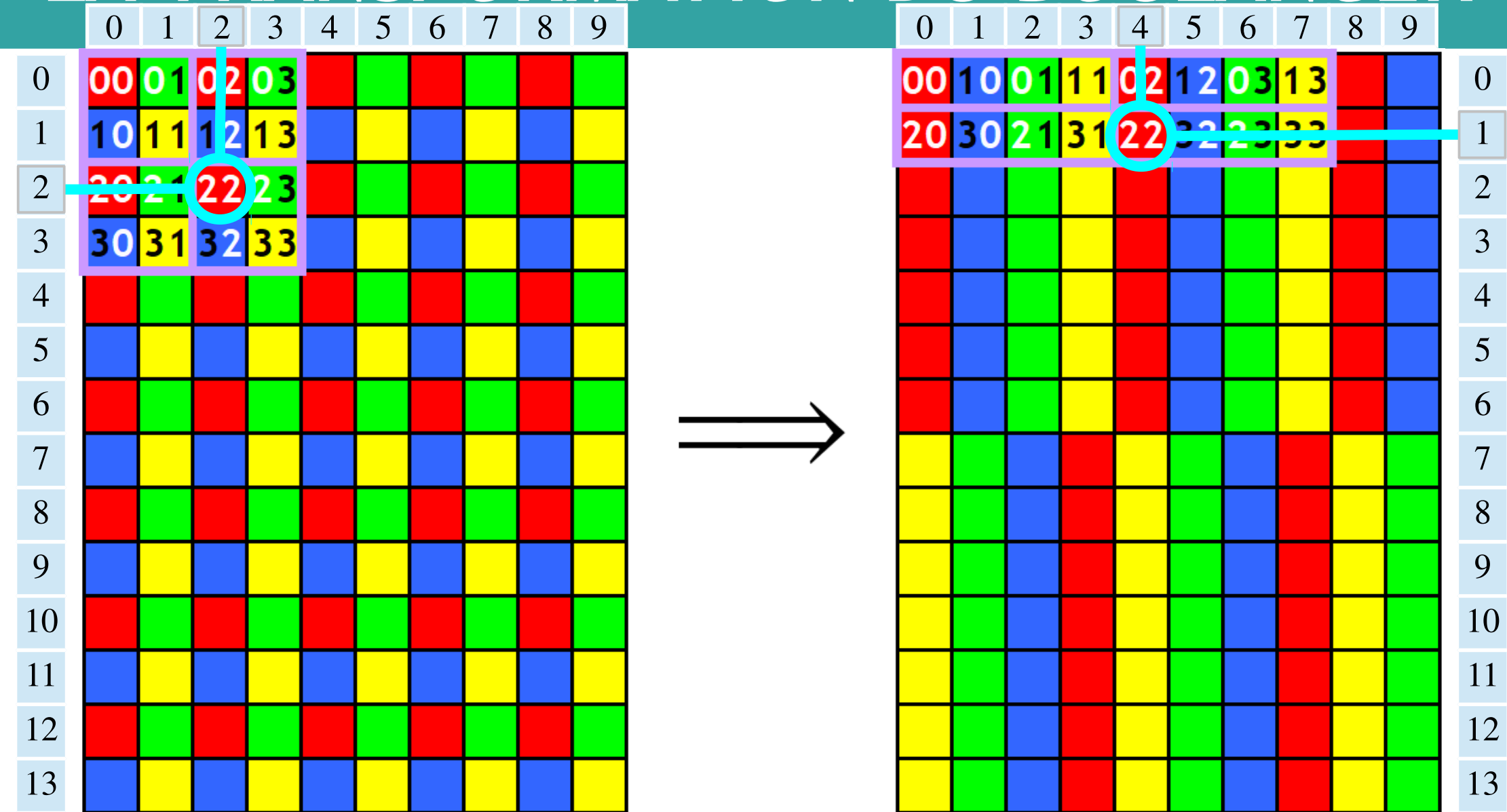
VISUALISATION SYNTHÉTIQUE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



VISUALISATION EN COULEURS

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



VISUALISATION EN COULEURS

Modélisation : image de définition $2p \times 2q$

(i,j) : pixel *avant* $\leftrightarrow (k,l) = \varphi(i,j)$: pixel *après*

$$\varphi(i,j) = \begin{cases} \left(\frac{i}{2}, 2j \right) & \text{si } i \text{ est pair} \\ & \text{et } j < q \\ \left(\frac{i-1}{2}, 2j+1 \right) & \text{si } i \text{ est impair} \\ & \text{et } j < q \\ \left(2p-1-\frac{i}{2}, 4q-1-2j \right) & \text{si } i \text{ est pair} \\ & \text{et } j \geq q \\ \left(2p-\frac{i+1}{2}, 4q-2-2j \right) & \text{si } i \text{ est impair} \\ & \text{et } j \geq q \end{cases}$$

Modélisation : image de définition $2p \times 2q$

$(i,j) : \text{pixel } \textcolor{blue}{\textit{avant}} \leftrightarrow (k,l) = \varphi(i,j) : \text{pixel } \textcolor{red}{\textit{après}}$

Plus simplement, en posant $\alpha(i) = \frac{1 - (-1)^i}{2}$:

$$\varphi(i, j) = \begin{cases} \left(E\left(\frac{i}{2}\right), 2j + \alpha(i) \right) & \text{si } j < q \\ \left(2p - 1 - E\left(\frac{i}{2}\right), 4q - 1 - 2j - \alpha(i) \right) & \text{si } j \geq q \end{cases}$$

Modélisation : image de définition $2p \times 2q$

(i,j) : pixel **après** $\longleftrightarrow$ $(k,l) = \psi(i,j)$: pixel **avant**

$$\psi(i,j) = \begin{cases} \left(2i, \frac{j}{2} \right) & \text{si } i < p \\ & \text{et } j \text{ est pair} \\ \left(2i+1, \frac{j-1}{2} \right) & \text{si } i < p \\ & \text{et } j \text{ est impair} \\ \left(4p-1-2i, 2q-1-\frac{j}{2} \right) & \text{si } i \geq p \\ & \text{et } j \text{ est pair} \\ \left(4p-2-2i, 2q-\frac{j+1}{2} \right) & \text{si } i \geq p \\ & \text{et } j \text{ est impair} \end{cases}$$

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

UN EXEMPLE CONCRET...

Verba docent, exempla trahunt

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

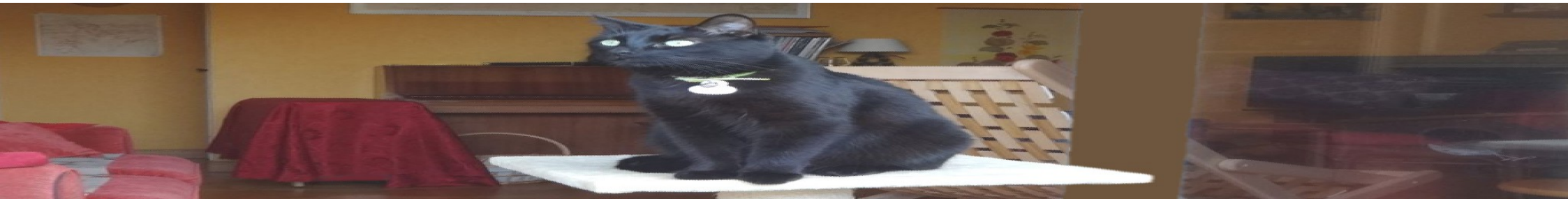


L'IMAGE ORIGINALE

Du boulanger au photomaton

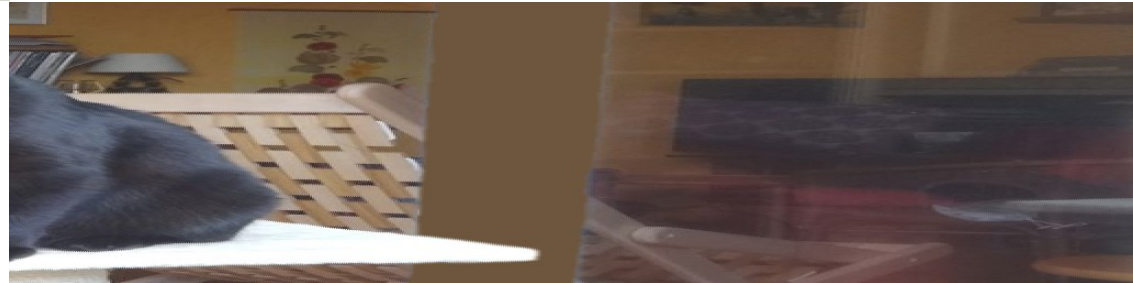
Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



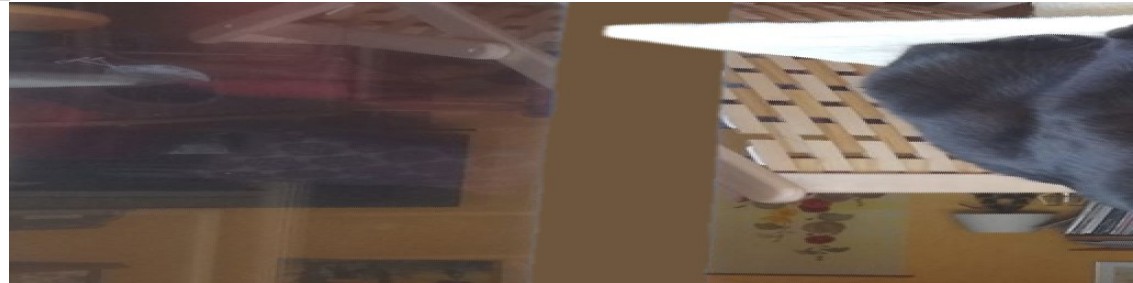
ON ÉTIRE HORIZONTALEMENT...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



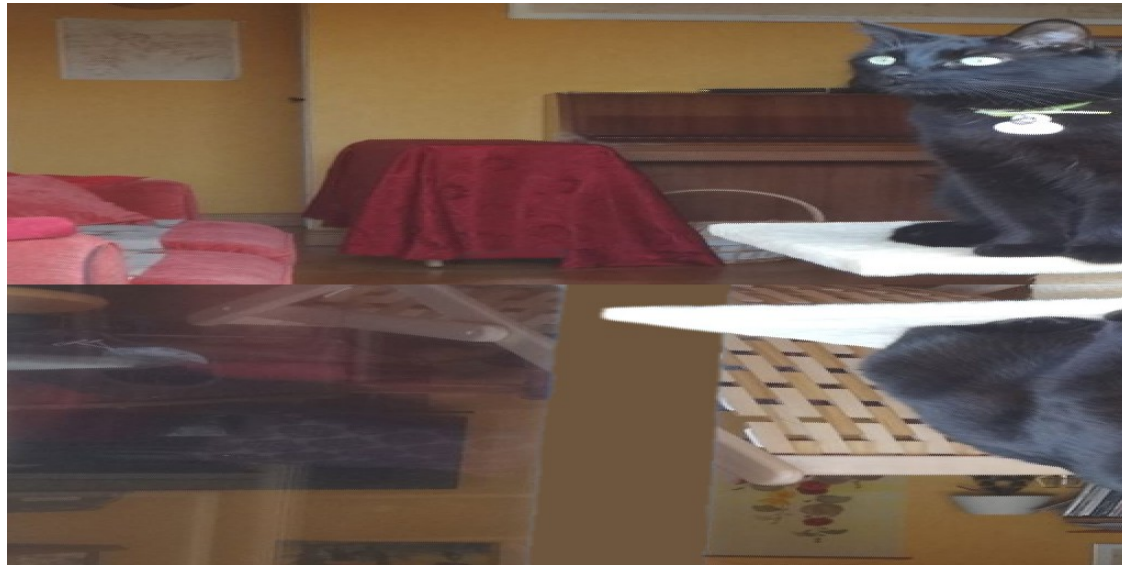
ON DÉCOUPE EN DEUX...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



ON RETOURNE LA DEUXIÈME MOITIÉ...

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



QUE L'ON REPLACE SOUS LA PREMIÈRE...

***ET L'ON
RECOMMENCE
AD LIBITUM !***

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



L'IMAGE ORIGINALE

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



1^{re} ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



2^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

3^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

4^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

5^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

6^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

7^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

8^e *ITÉRATION*

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

9^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

10^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

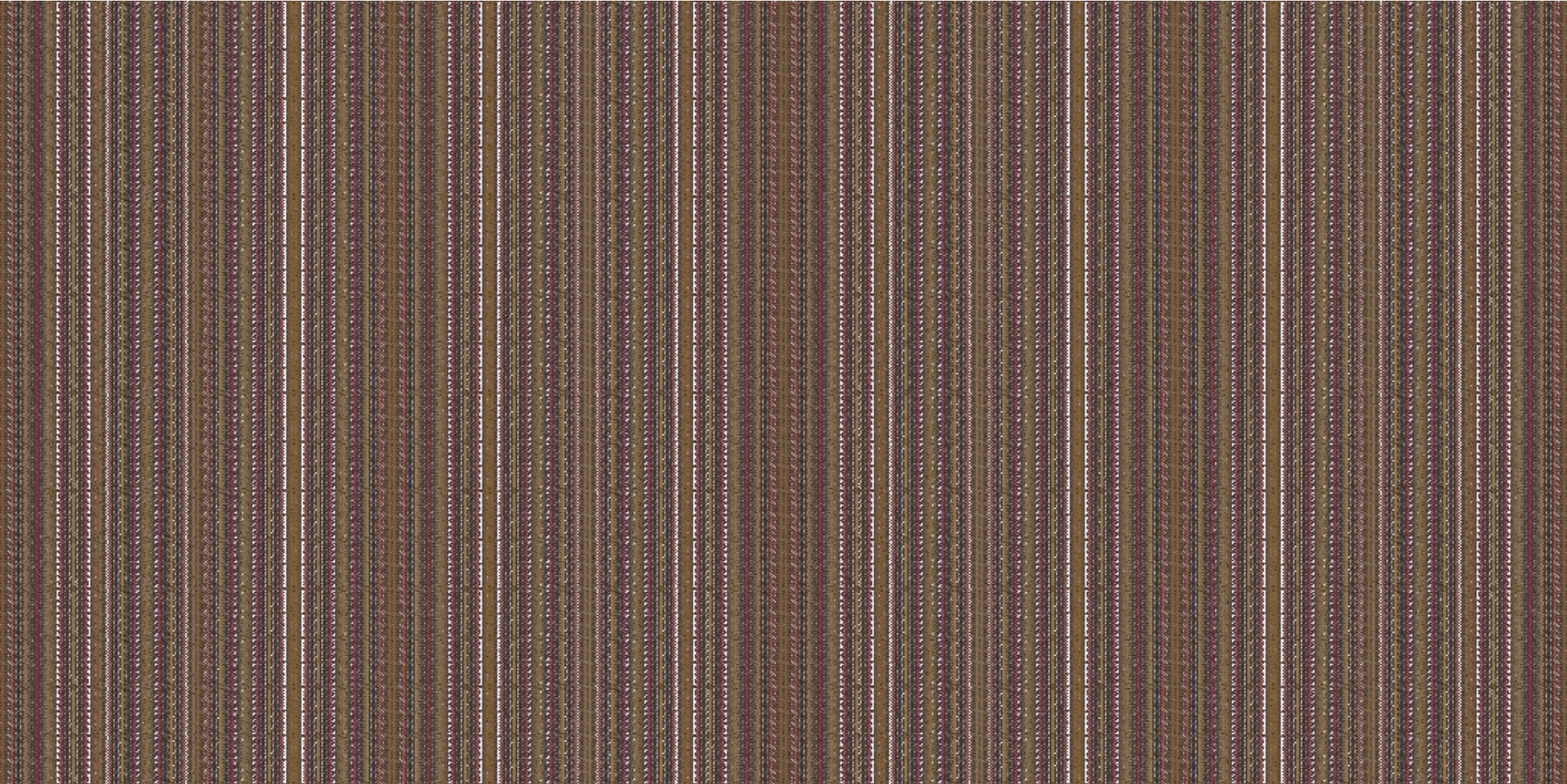
LA TRANSFORMATION DU BOULANGER

11^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



12^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



13^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



14^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



15^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



16^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



17^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



18^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



19^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

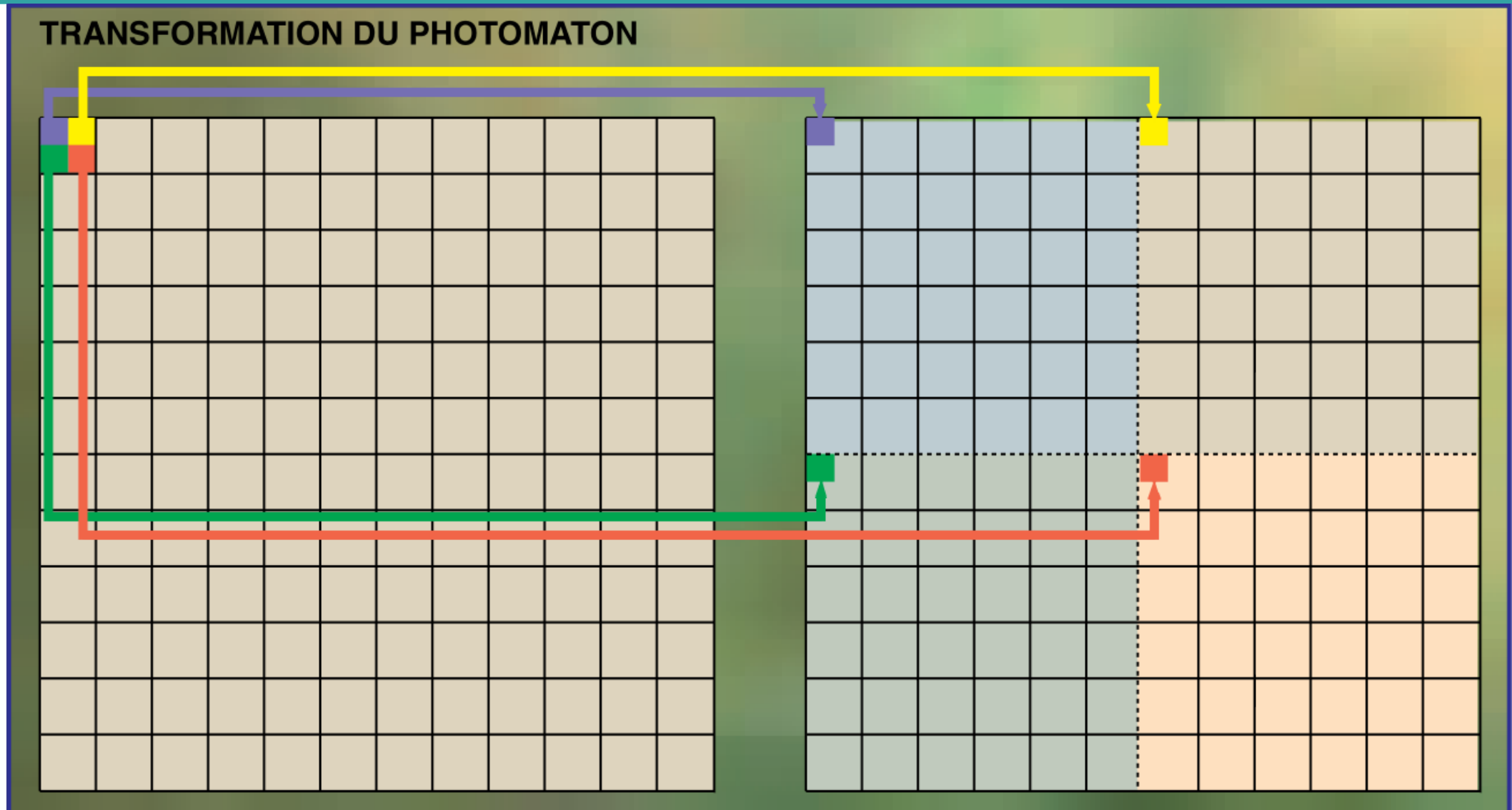
LA TRANSFORMATION DU BOULANGER



20^e ITÉRATION : LE RETOUR !

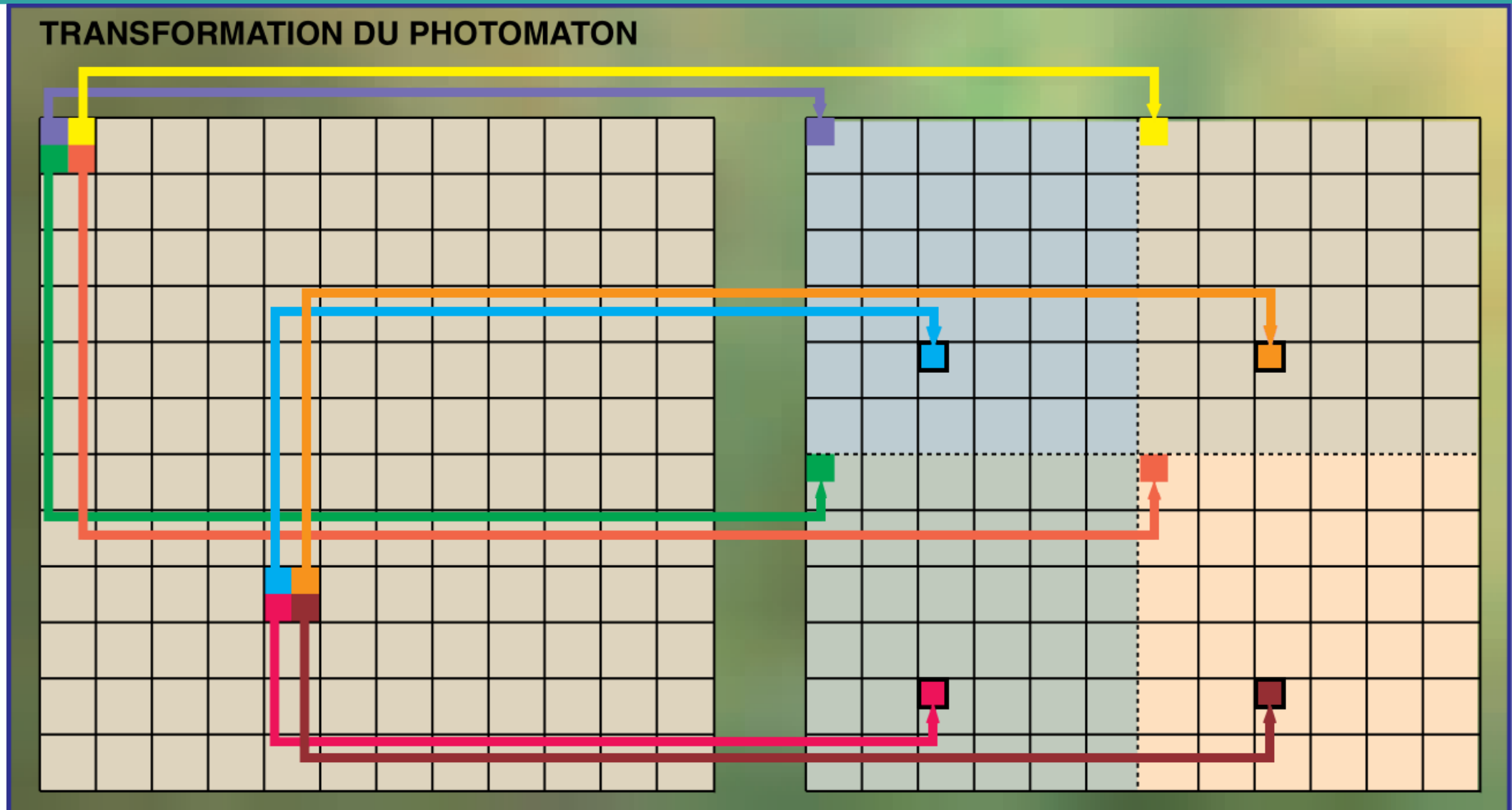
***TRANSFORMATION
DU PHOTOMATON***

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



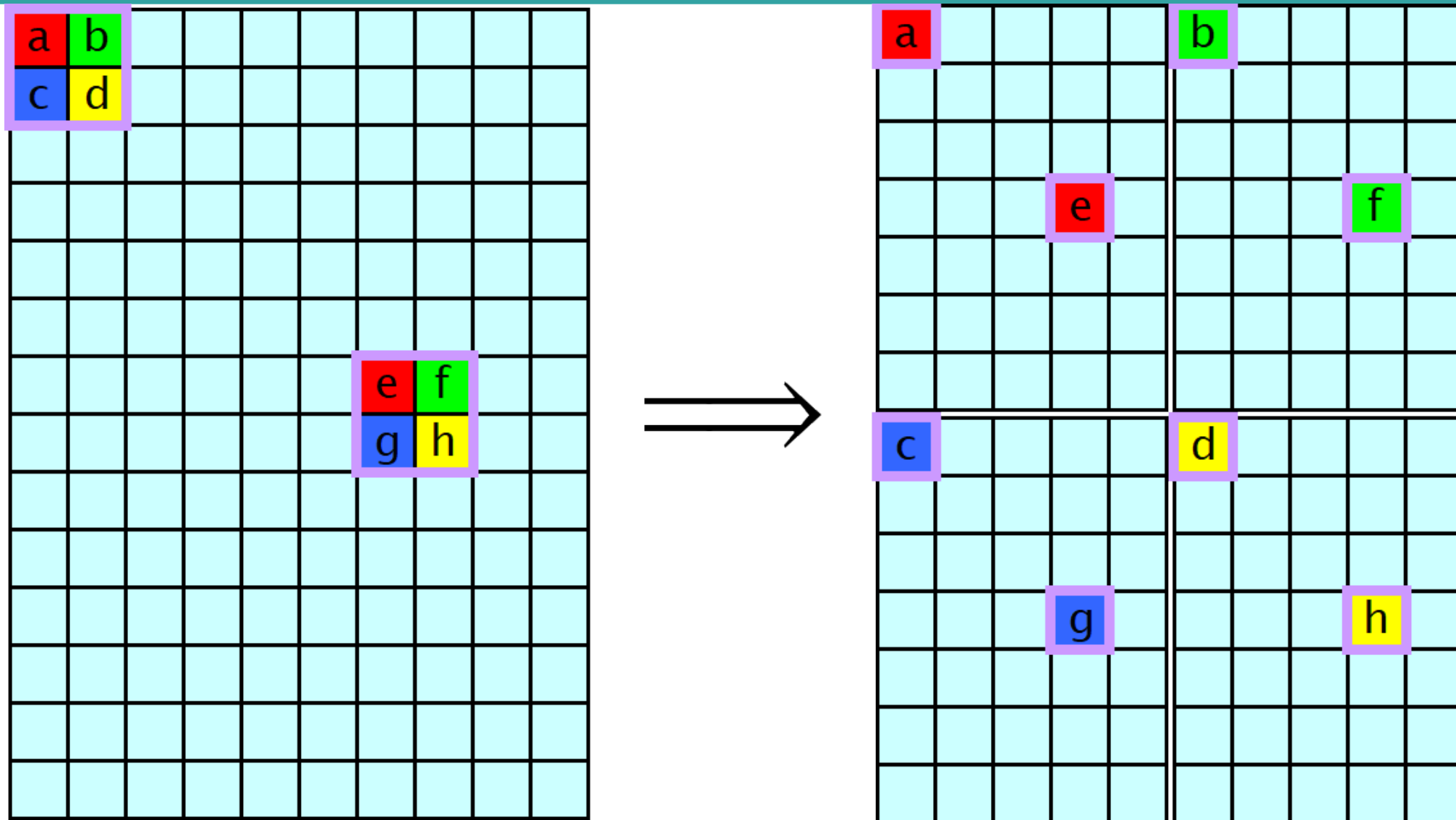
VERSION DISCRÈTE

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



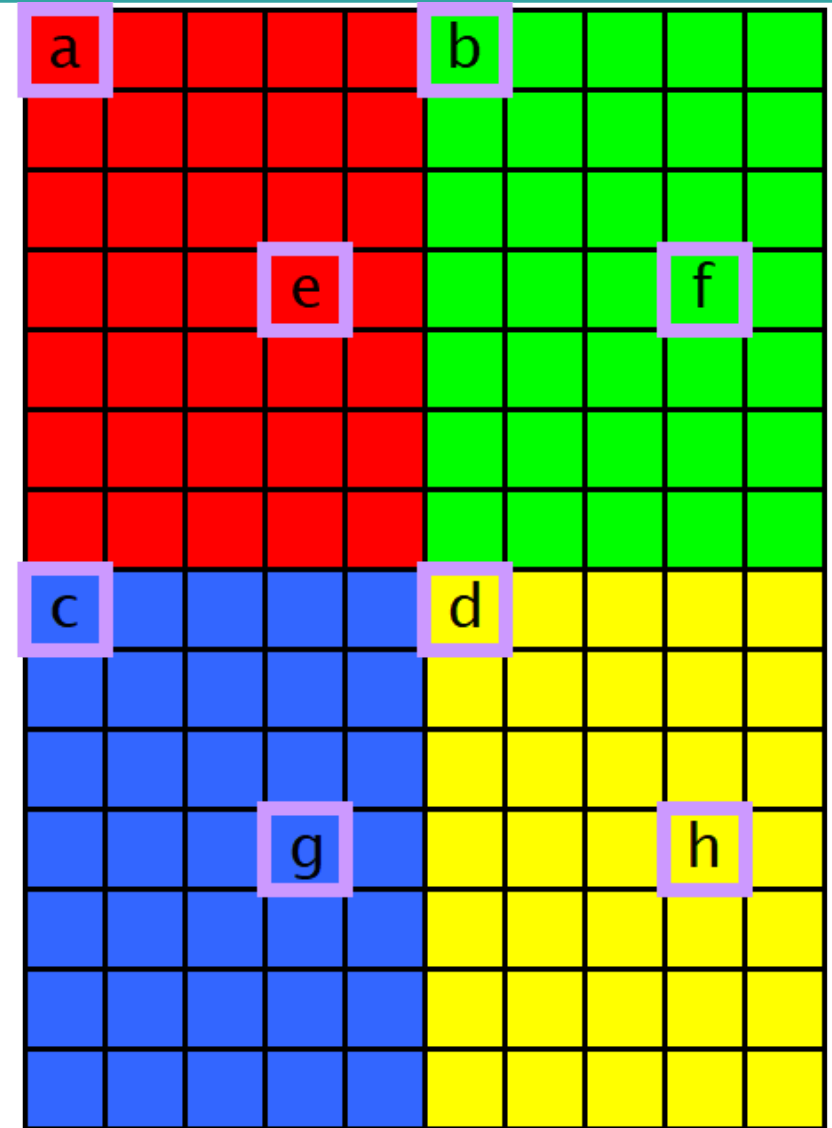
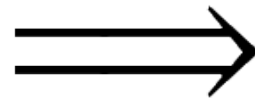
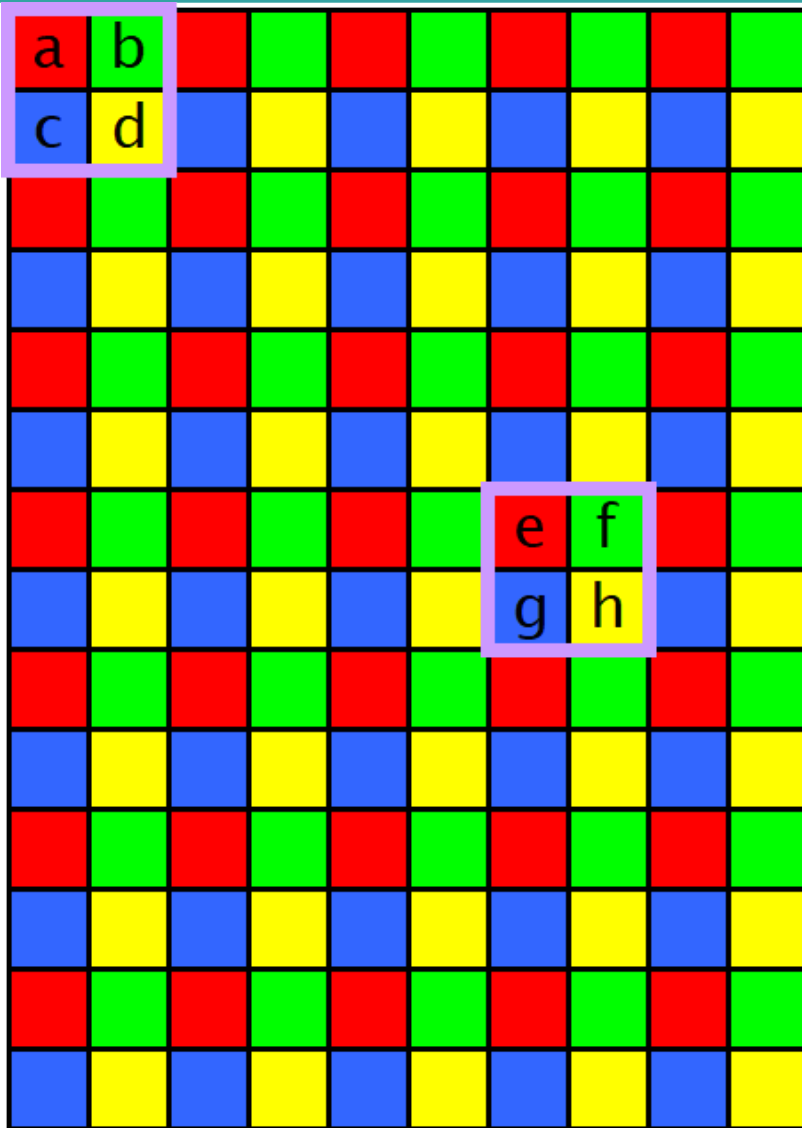
ON SÉPARE LES PIXELS 4 PAR 4

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



ON SÉPARE LES PIXELS 4 PAR 4

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



VISUALISATION EN COULEURS

Modélisation : image de définition $2p \times 2q$

(i,j) : pixel *avant* $\leftrightarrow (k,l) = \varphi(i,j)$: pixel *après*

$$\varphi(i,j) = \begin{cases} \left(\frac{i}{2}, \frac{j}{2} \right) & \text{si } i \text{ est pair} \\ & \text{et } j \text{ est pair} \\ \left(\frac{i}{2}, q + \frac{j-1}{2} \right) & \text{si } i \text{ est pair} \\ & \text{et } j \text{ est impair} \\ \left(p + \frac{i-1}{2}, \frac{j}{2} \right) & \text{si } i \text{ est impair} \\ & \text{et } j \text{ est pair} \\ \left(p + \frac{i-1}{2}, q + \frac{j-1}{2} \right) & \text{si } i \text{ est impair} \\ & \text{et } j \text{ est impair} \end{cases}$$

Modélisation : image de définition $2p \times 2q$

$(i,j) : \text{pixel } \textit{avant} \longleftrightarrow (k,l) = \varphi(i,j) : \text{pixel } \textit{après}$

$$\varphi(i,j) = \begin{cases} \left(\frac{i}{2}, \frac{j}{2} \right) & \text{si } i \text{ est pair} \\ & \text{et } j \text{ est pair} \\ \left(\frac{i}{2}, q + E\left(\frac{j}{2}\right) \right) & \text{si } i \text{ est pair} \\ & \text{et } j \text{ est impair} \\ \left(p + E\left(\frac{i}{2}\right), \frac{j}{2} \right) & \text{si } i \text{ est impair} \\ & \text{et } j \text{ est pair} \\ \left(p + E\left(\frac{i}{2}\right), q + E\left(\frac{j}{2}\right) \right) & \text{si } i \text{ est impair} \\ & \text{et } j \text{ est impair} \end{cases}$$

Modélisation : image de définition $2p \times 2q$

$(i,j) : \text{pixel } \textit{avant} \longleftrightarrow (k,l) = \varphi(i,j) : \text{pixel } \textit{après}$

De manière condensée, en posant

$$\alpha(k) = \frac{1 - (-1)^k}{2} = \begin{cases} 0 & \text{si } k \text{ est pair} \\ 1 & \text{si } k \text{ est impair} \end{cases} :$$

$$\varphi(i, j) = \left(E\left(\frac{i}{2}\right) + \alpha(i)p, E\left(\frac{j}{2}\right) + \alpha(j)q \right)$$

Modélisation : image de définition $2p \times 2q$

(i,j) : pixel **après** $\longleftrightarrow$ $(k,l) = \psi(i,j)$: pixel **avant**

$$\psi(i,j) = \begin{cases} (2i, 2j) & \text{si } i < p \text{ et } j < q \\ (2i, 2j - 2q + 1) & \text{si } i < p \text{ et } j \geq q \\ (2i - 2p + 1, 2j) & \text{si } i \geq p \text{ et } j < q \\ (2i - 2p + 1, 2j - 2q + 1) & \text{si } i \geq p \text{ et } j \geq q \end{cases}$$

Plus simplement :

$$\psi(i,j) = (2i \bmod (2p-1), 2j \bmod (2q-1))$$

UN EXEMPLE CONCRET...

Verba docent, exempla trahunt

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



L'IMAGE ORIGINALE

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



QUE L'ON QUADRUPLIQUE...

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON

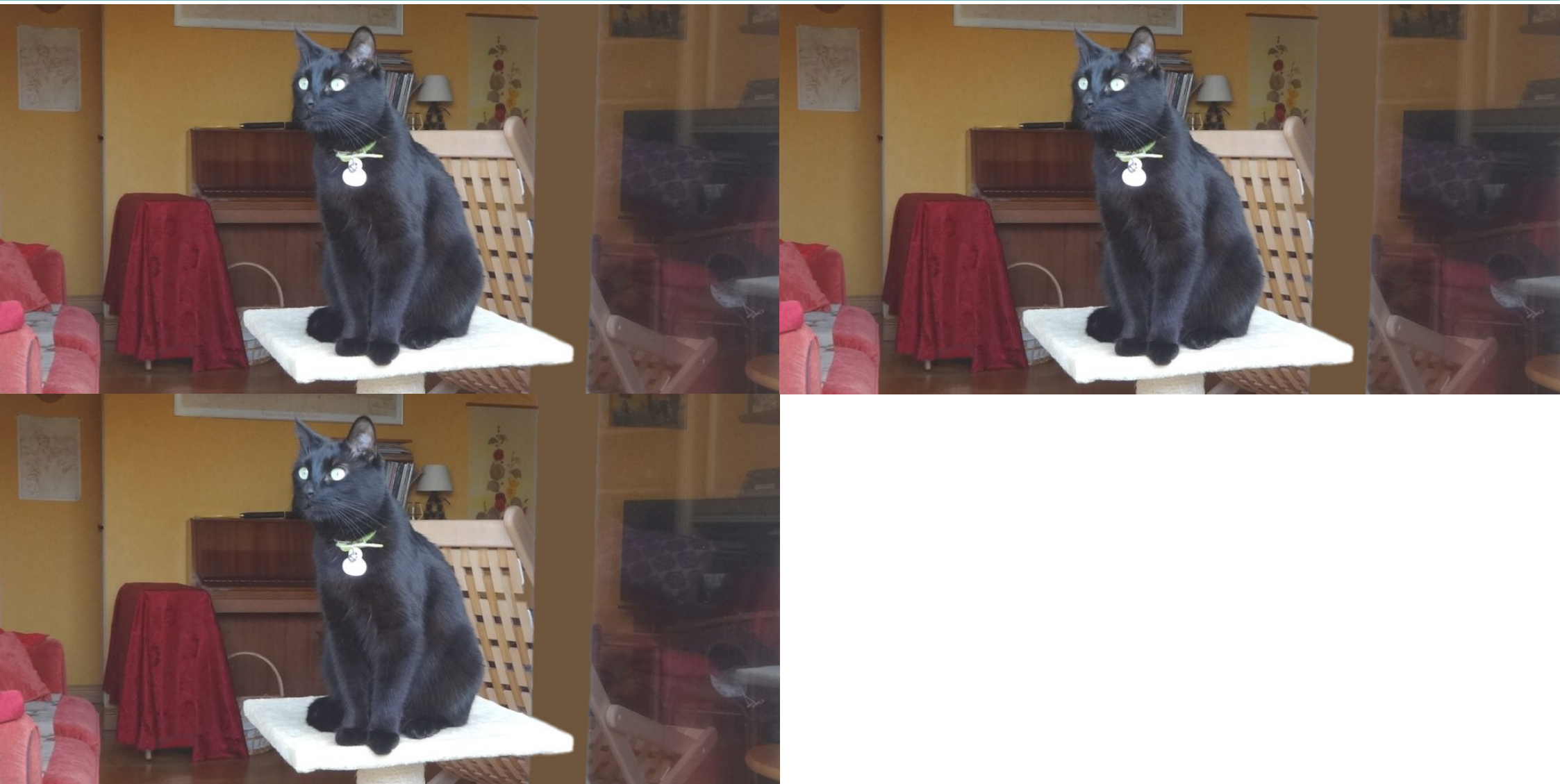


QUE L'ON QUADRUPLIQUE...

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



QUE L'ON QUADRUPLIQUE...

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



QUE L'ON QUADRUPLIQUE...

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

***ET L'ON
RECOMMENCE
AD LIBITUM !***

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



L'IMAGE ORIGINALE

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



1^{re} ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

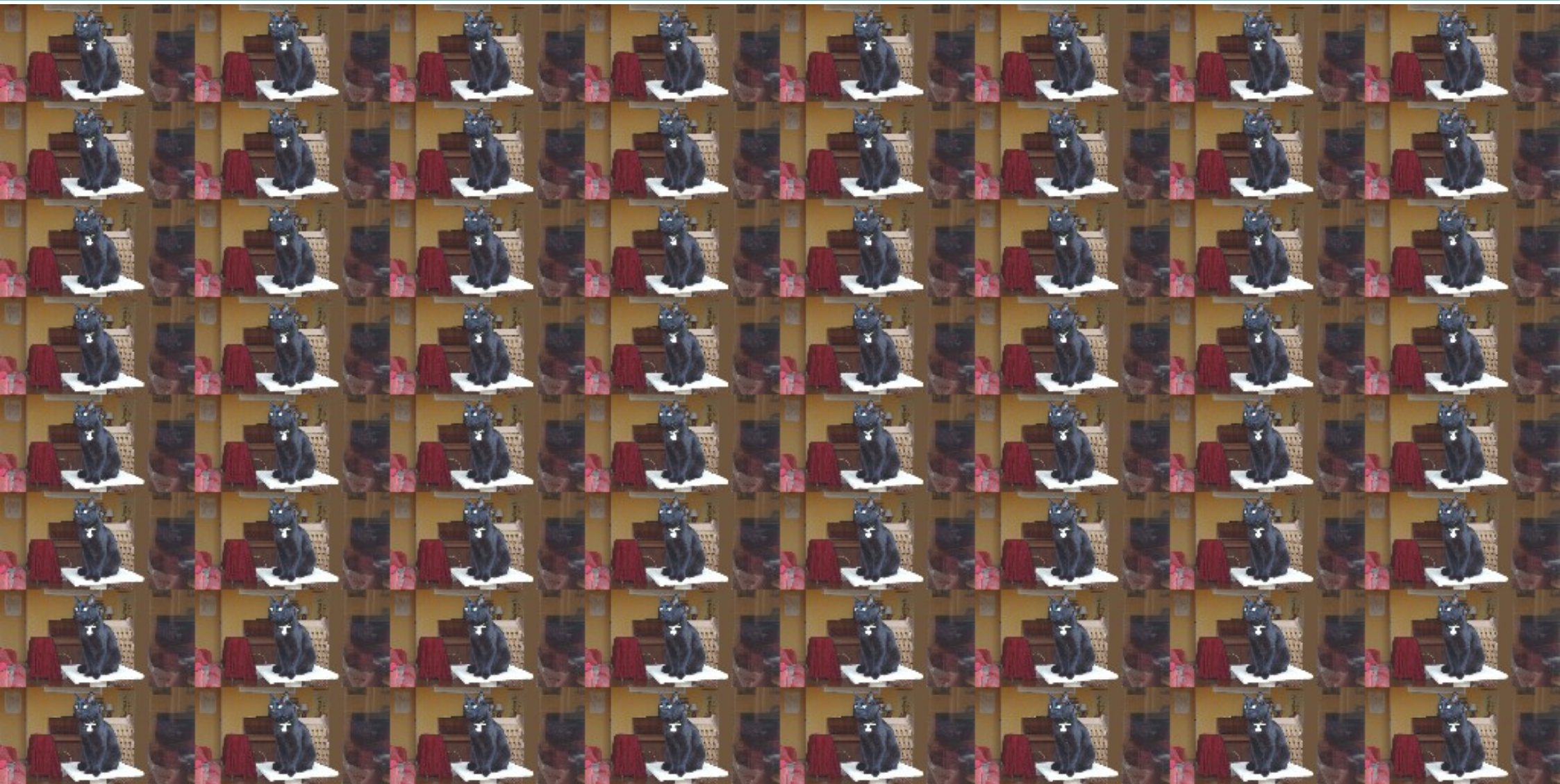
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



2^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



3^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

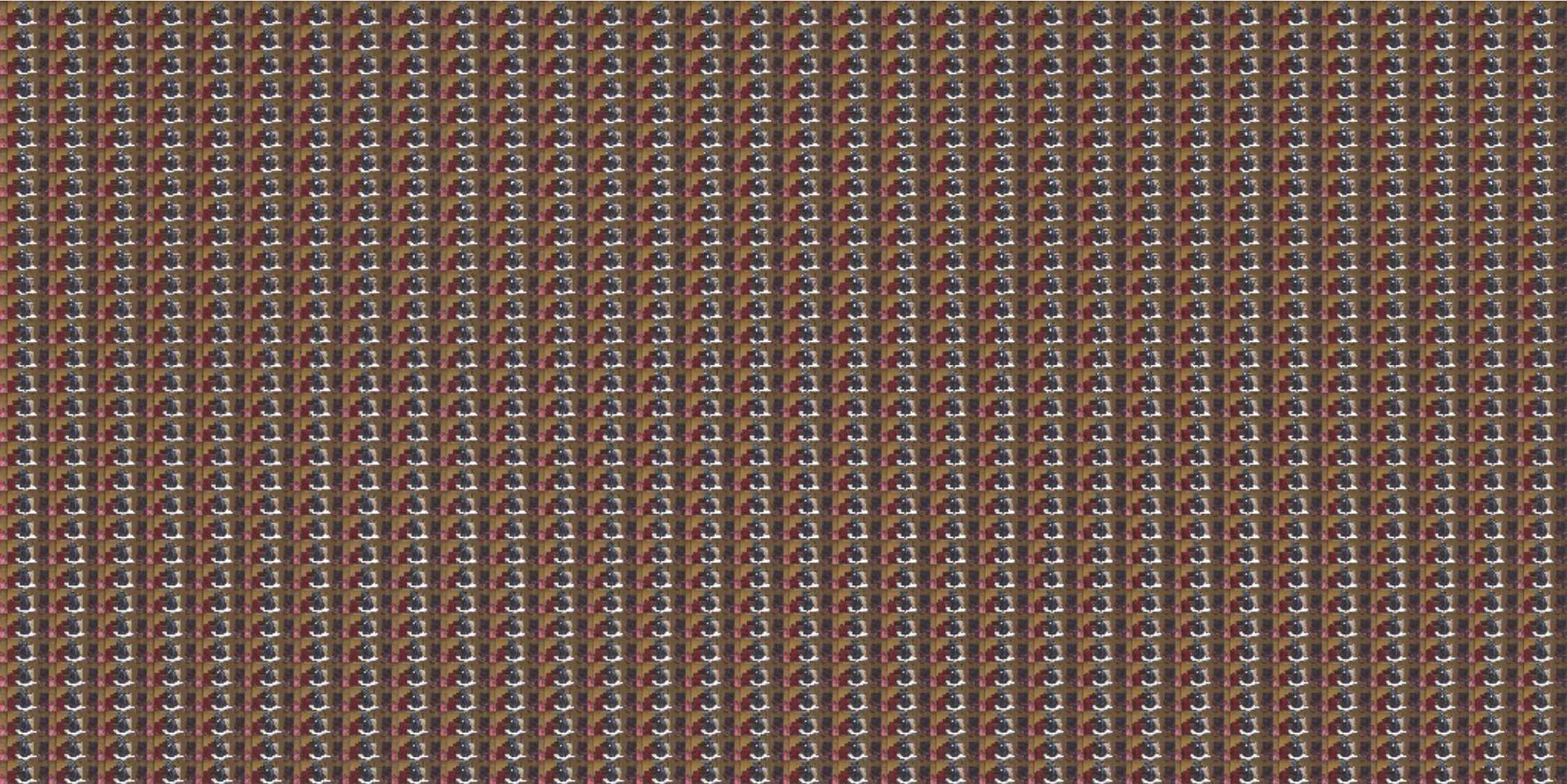
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



4^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

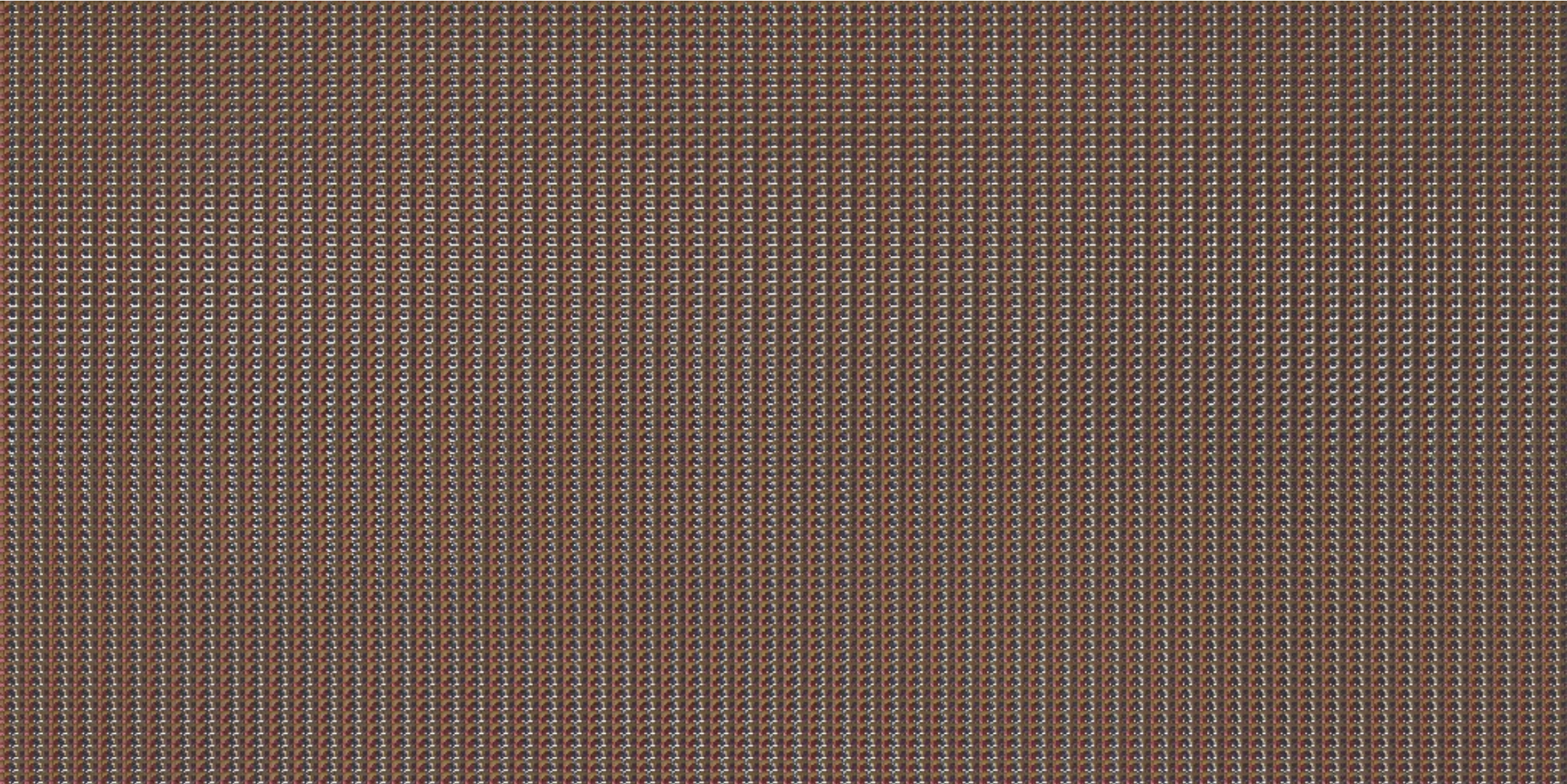
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



5^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

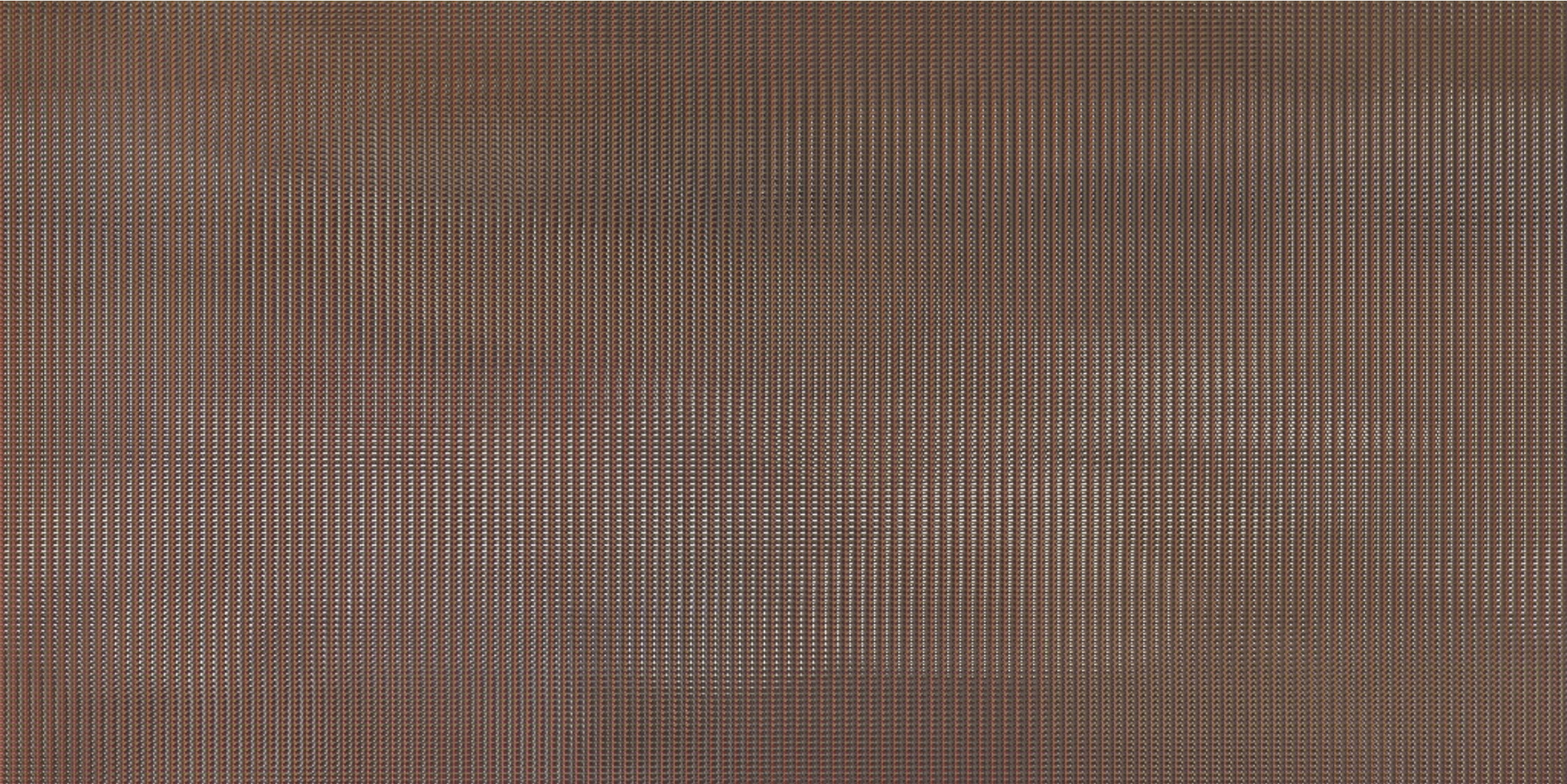
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



6^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



7^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



8^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



9^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



10^e ITÉRATION : 2 IMAGES SUPERPOSÉES

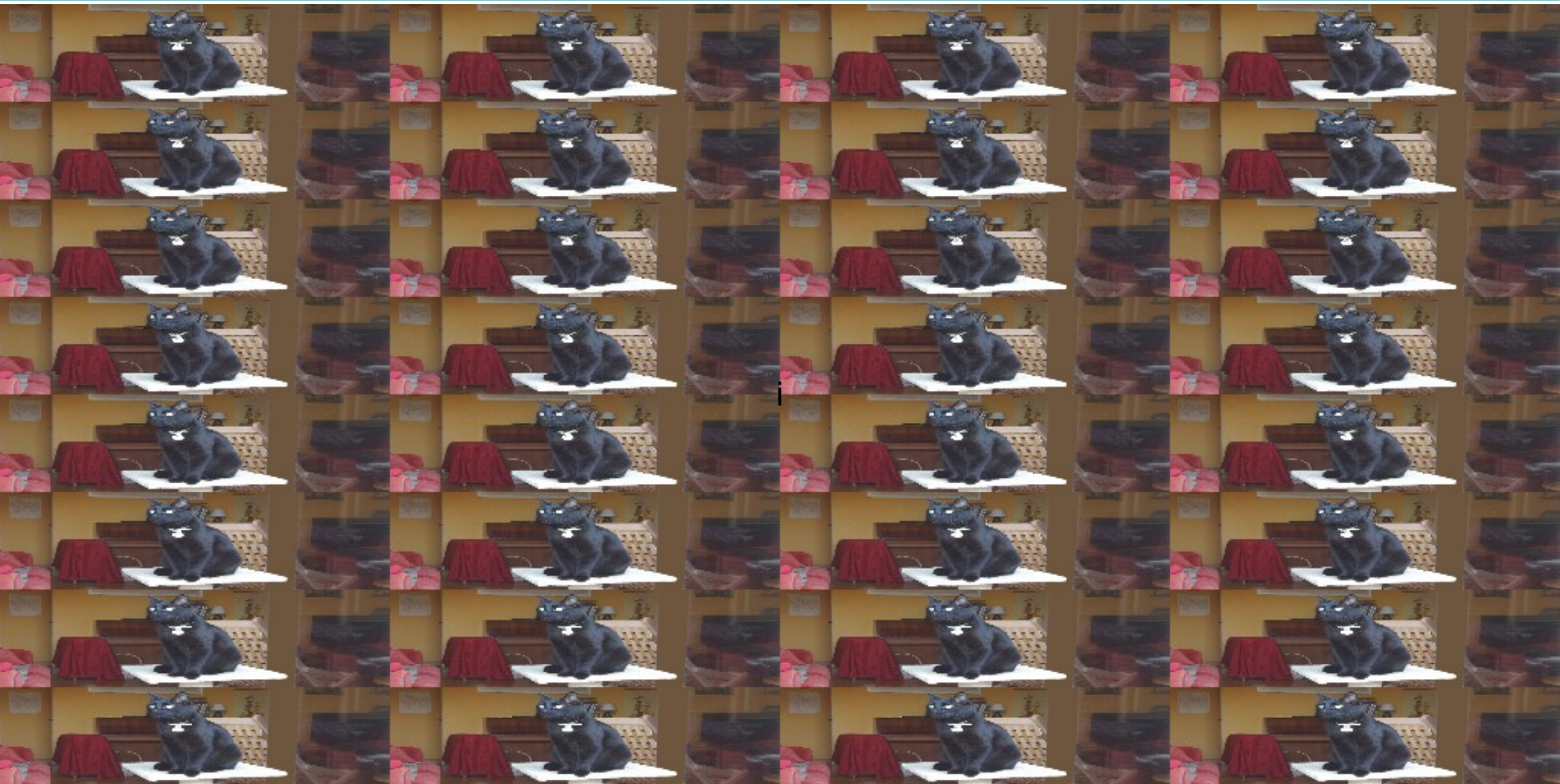
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



11^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



12^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

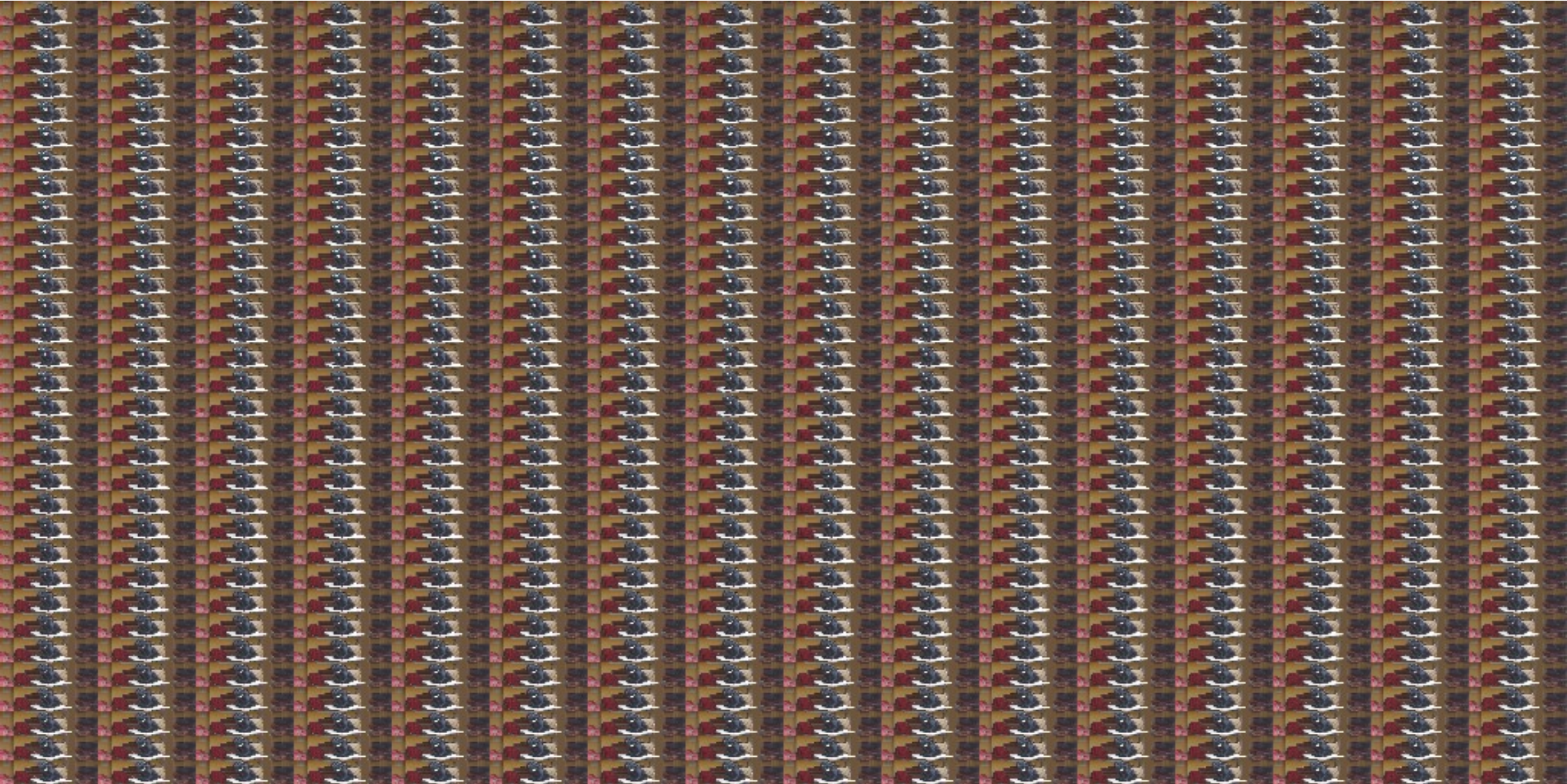
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



13^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

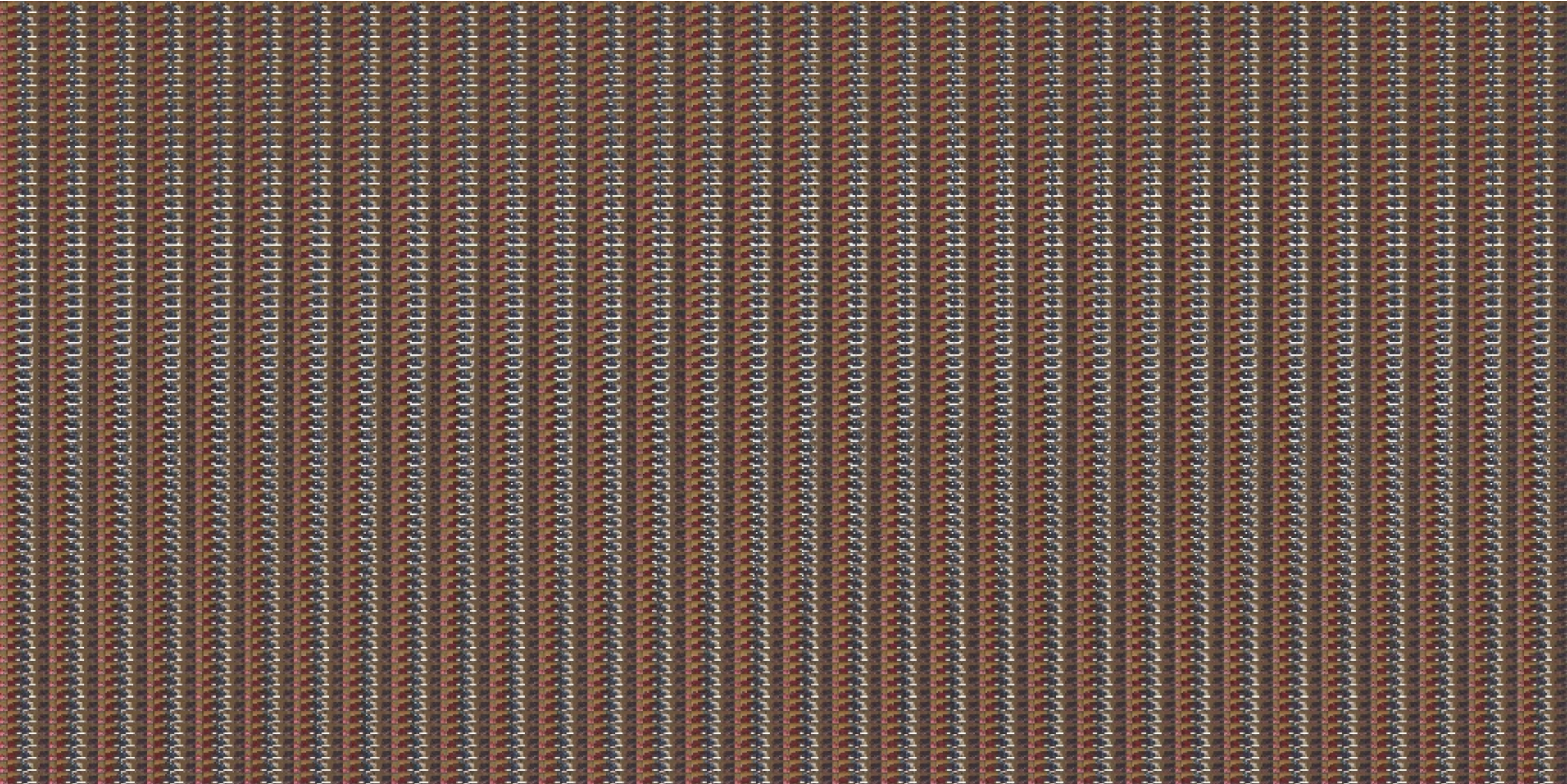
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



14^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

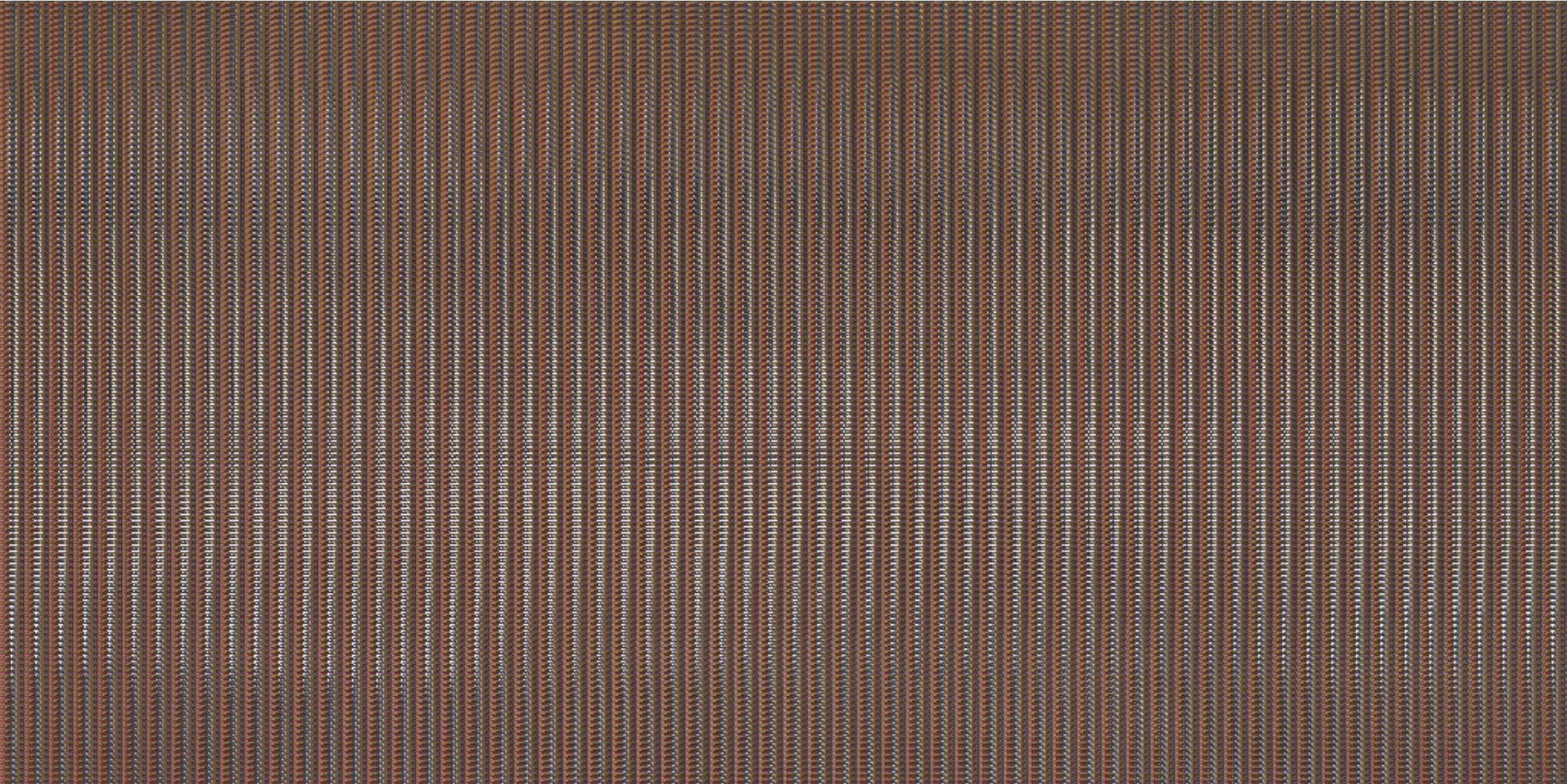
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



15^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

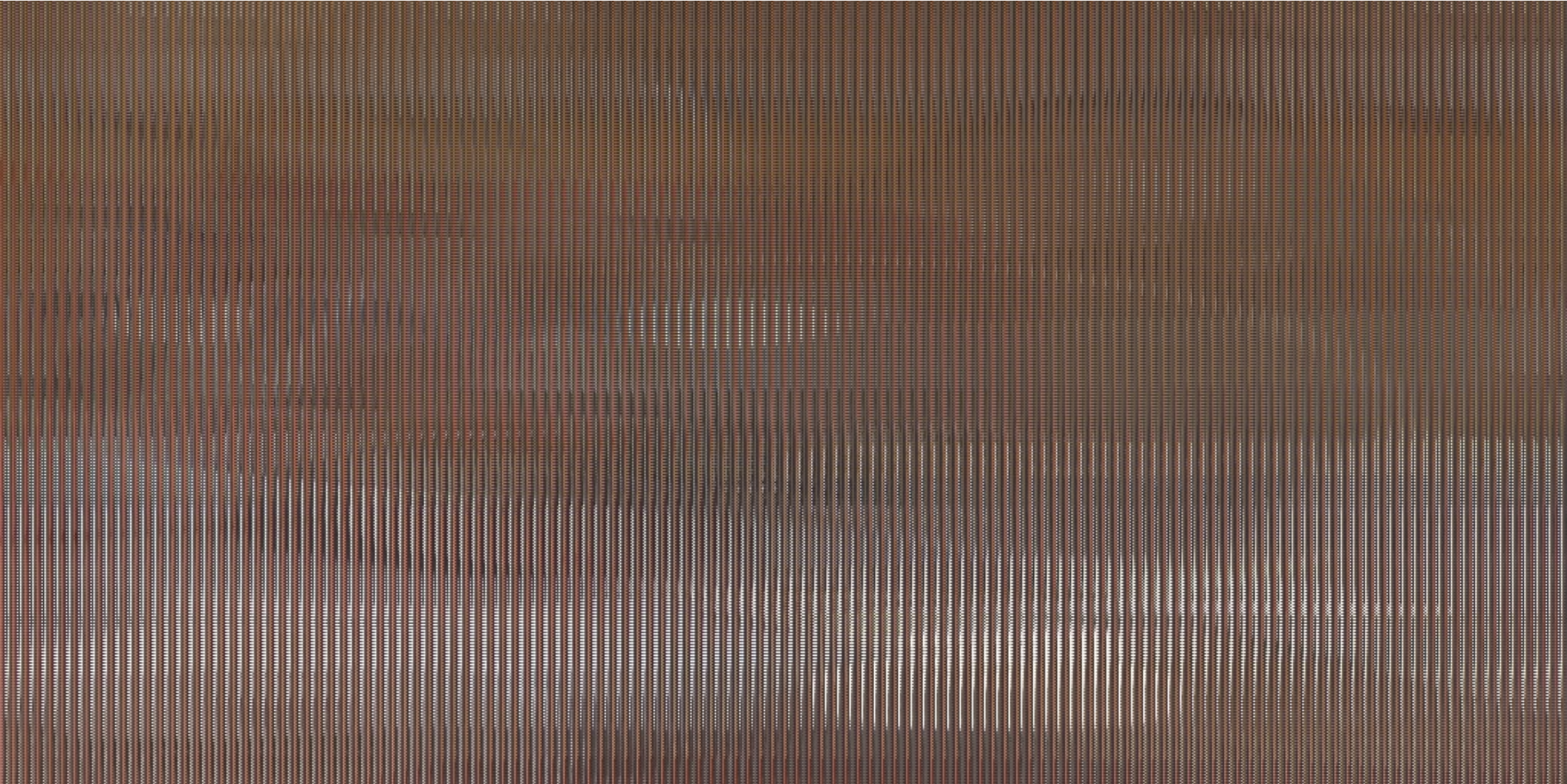
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



16^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



17^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



18^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



19^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



20^e ITÉRATION : 4 IMAGES SUPERPOSÉES

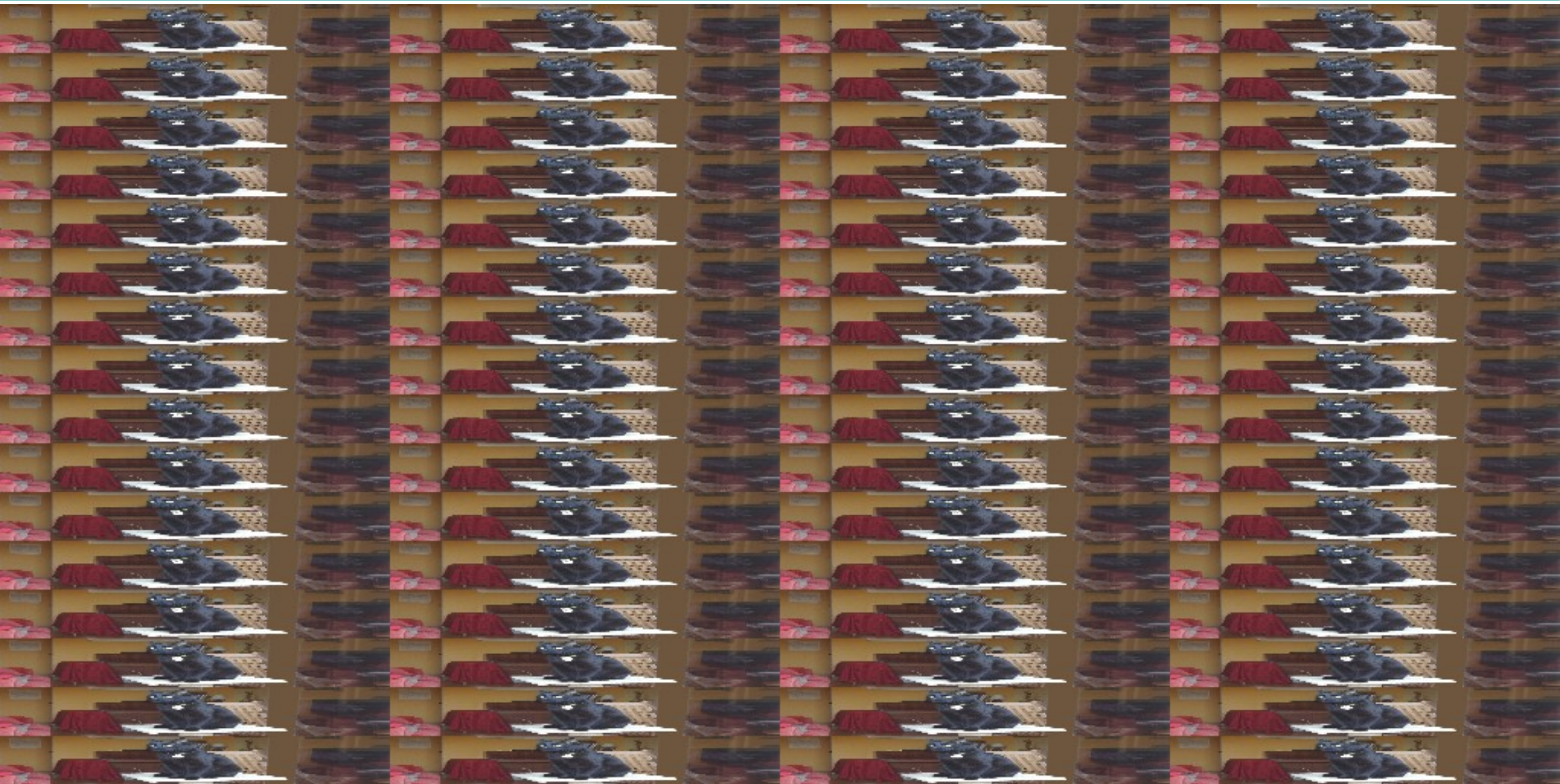
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



21^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



22^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

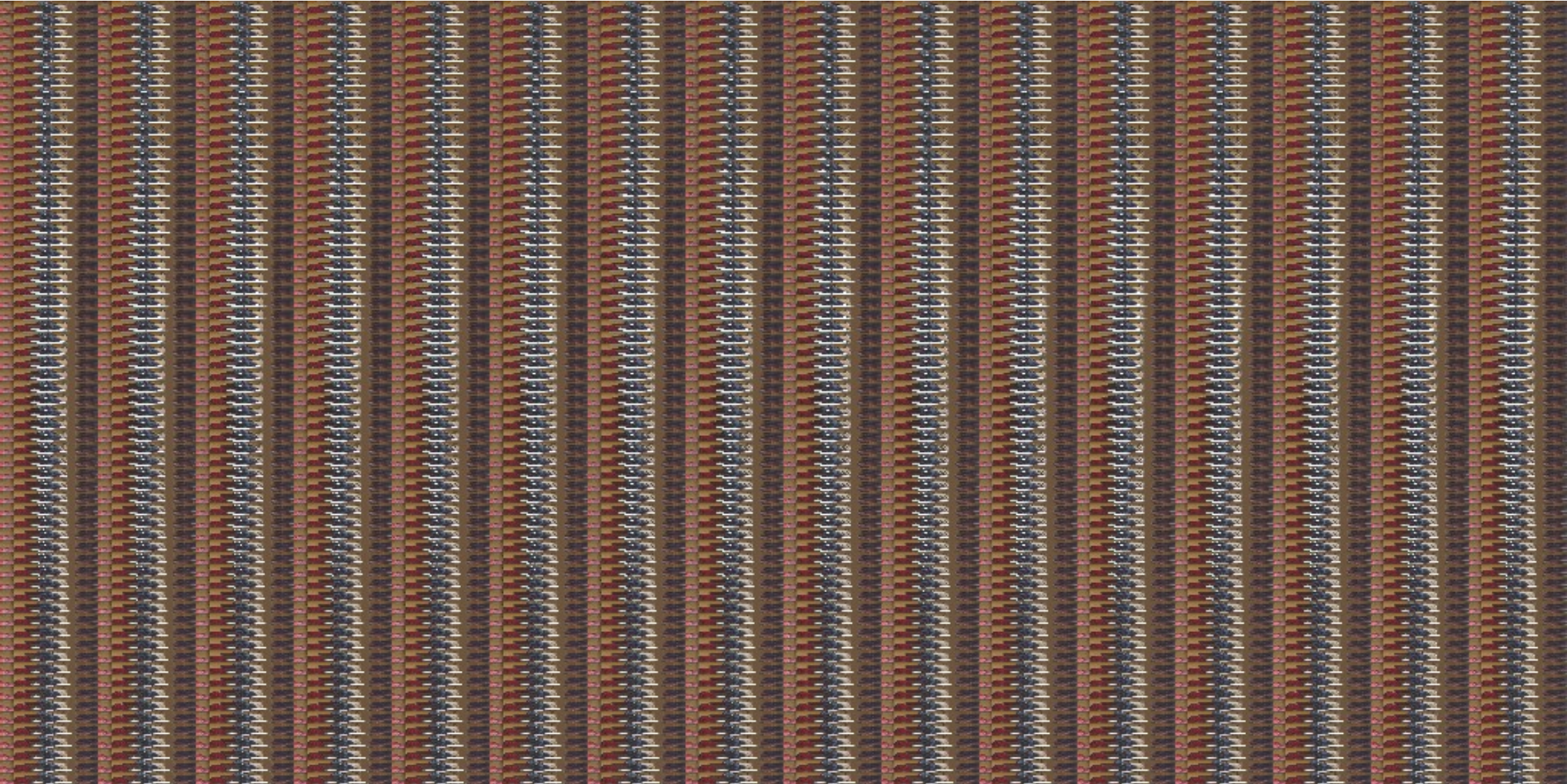
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



23^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

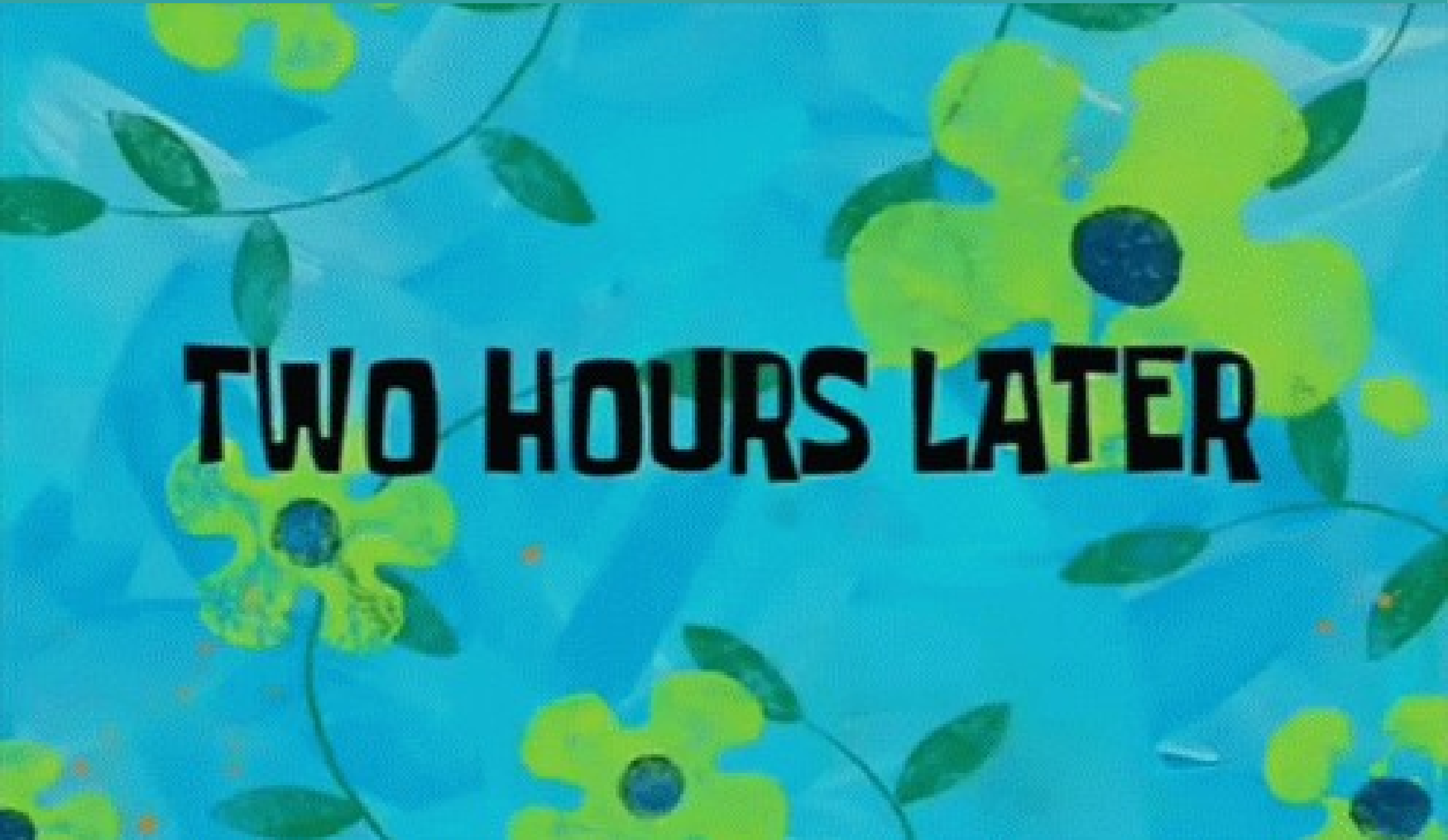
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



24^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



TWO HOURS LATER

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



70^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



71^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



72^e ITÉRATION : 4 IMAGES JUXTAPOSÉES

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



73^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



74^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

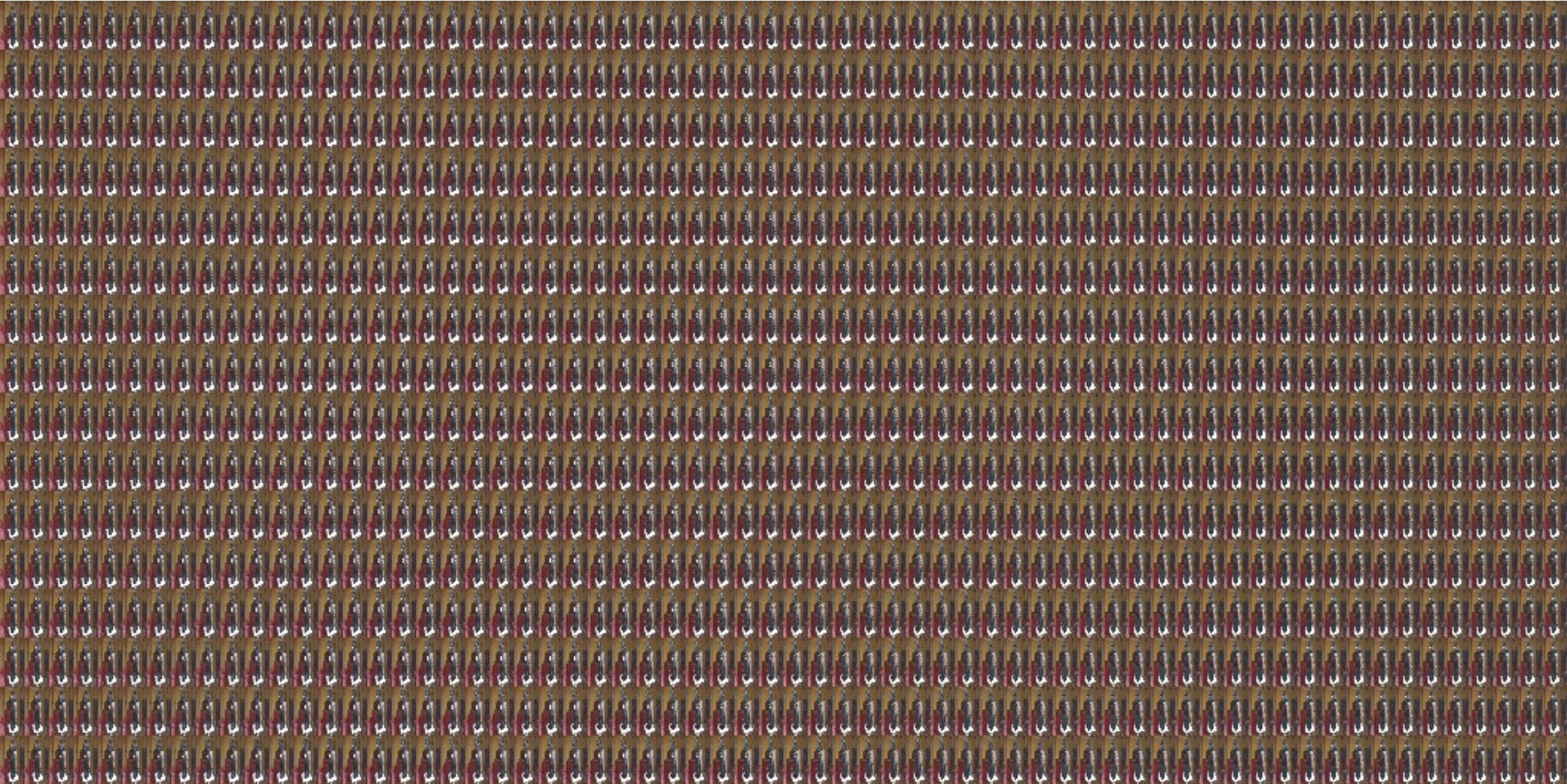
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



75^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

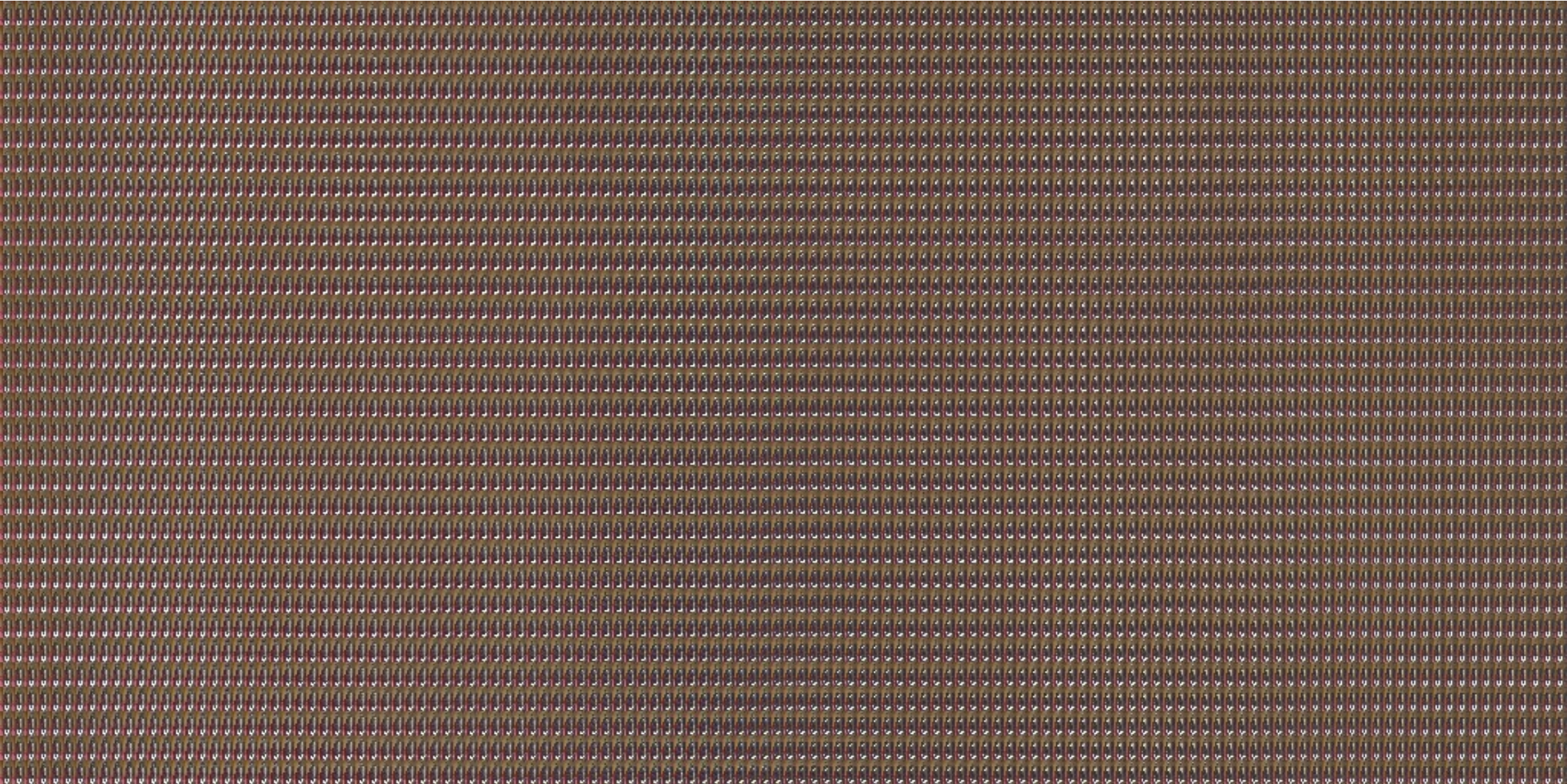
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



76^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



77^e ITÉRATION

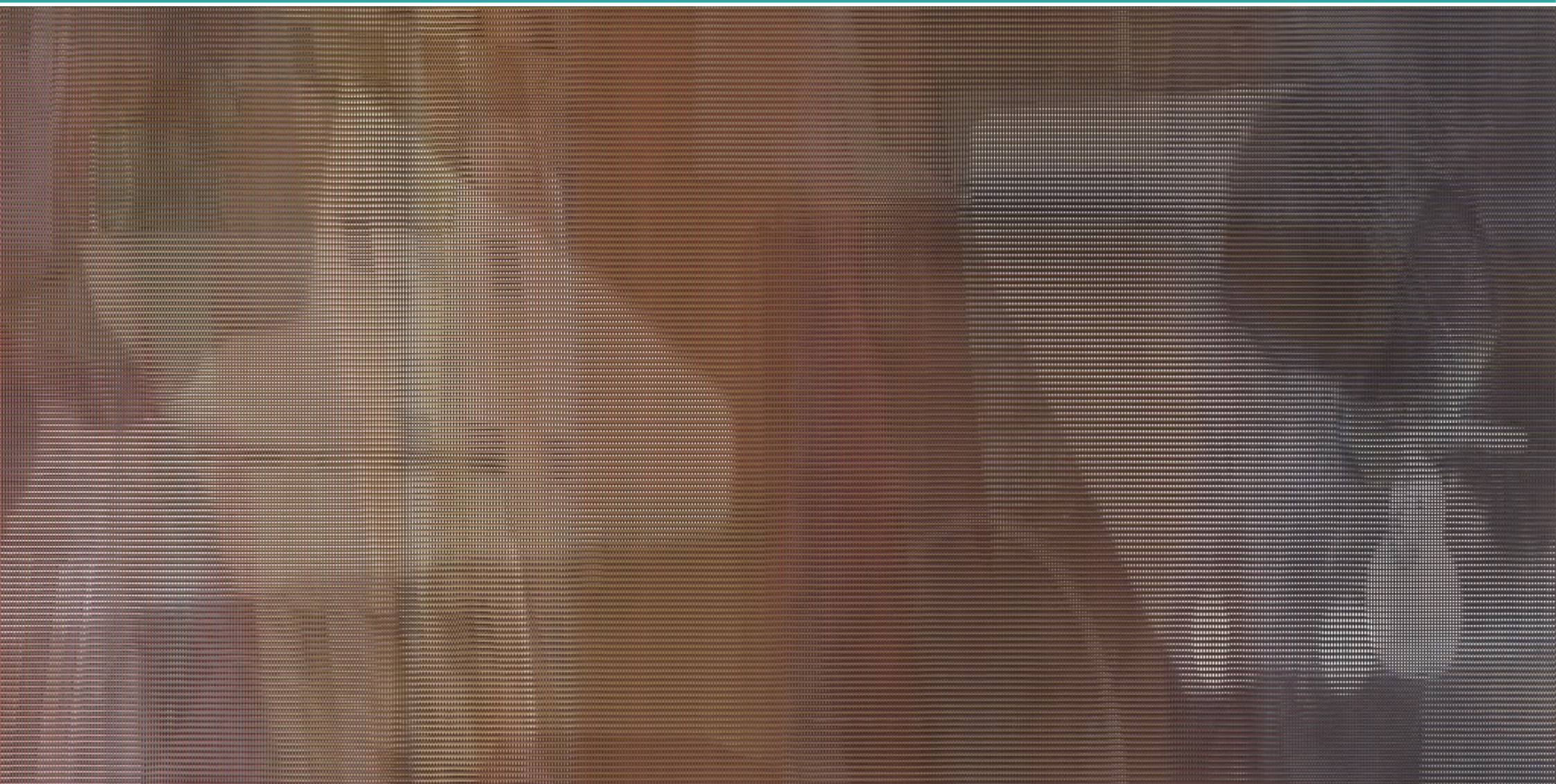
Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON

78^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



79^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



80^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



81^e ITÉRATION : 2 IMAGES JUXTAPOSÉES

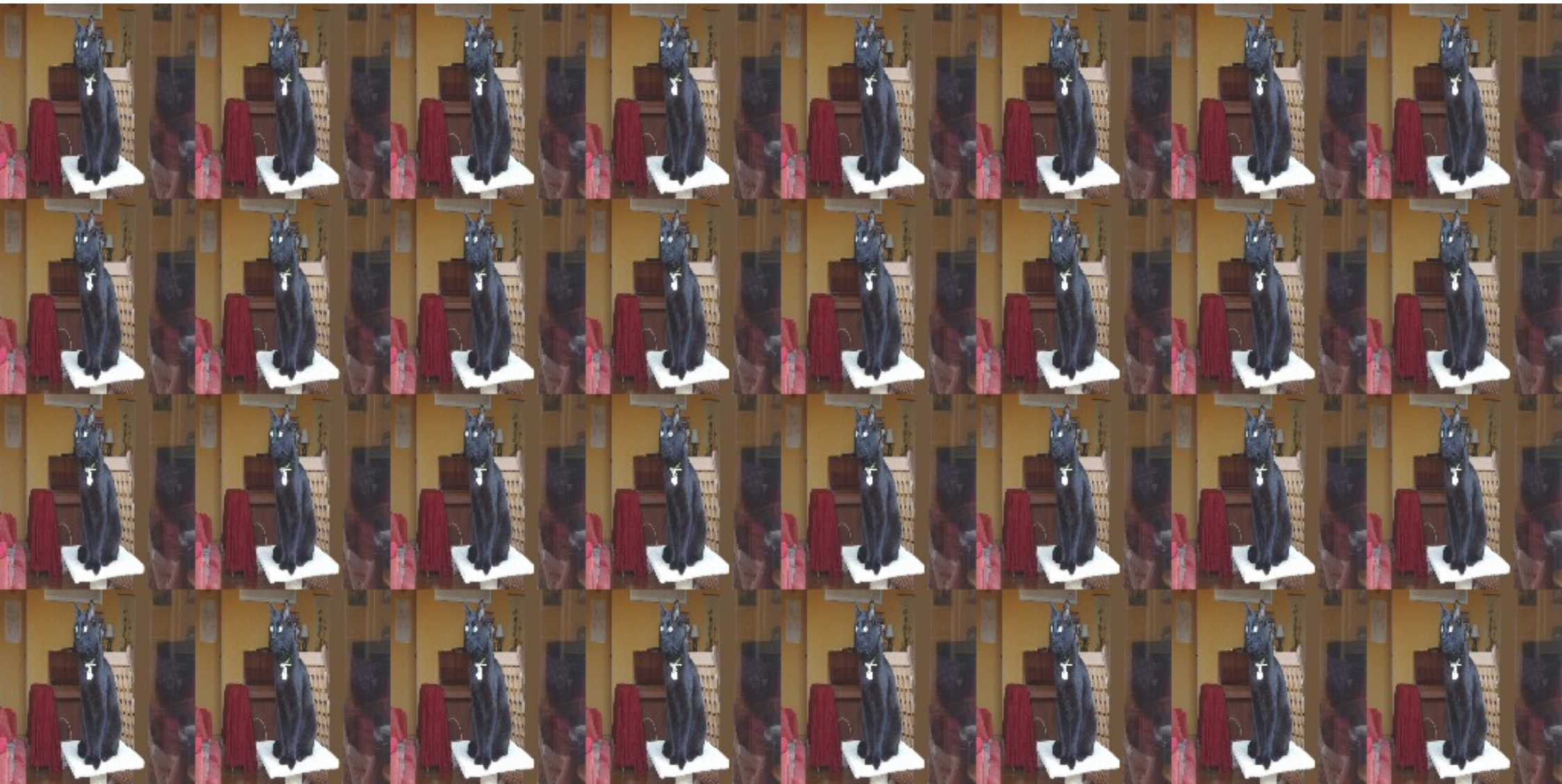
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



82^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



83^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



84^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

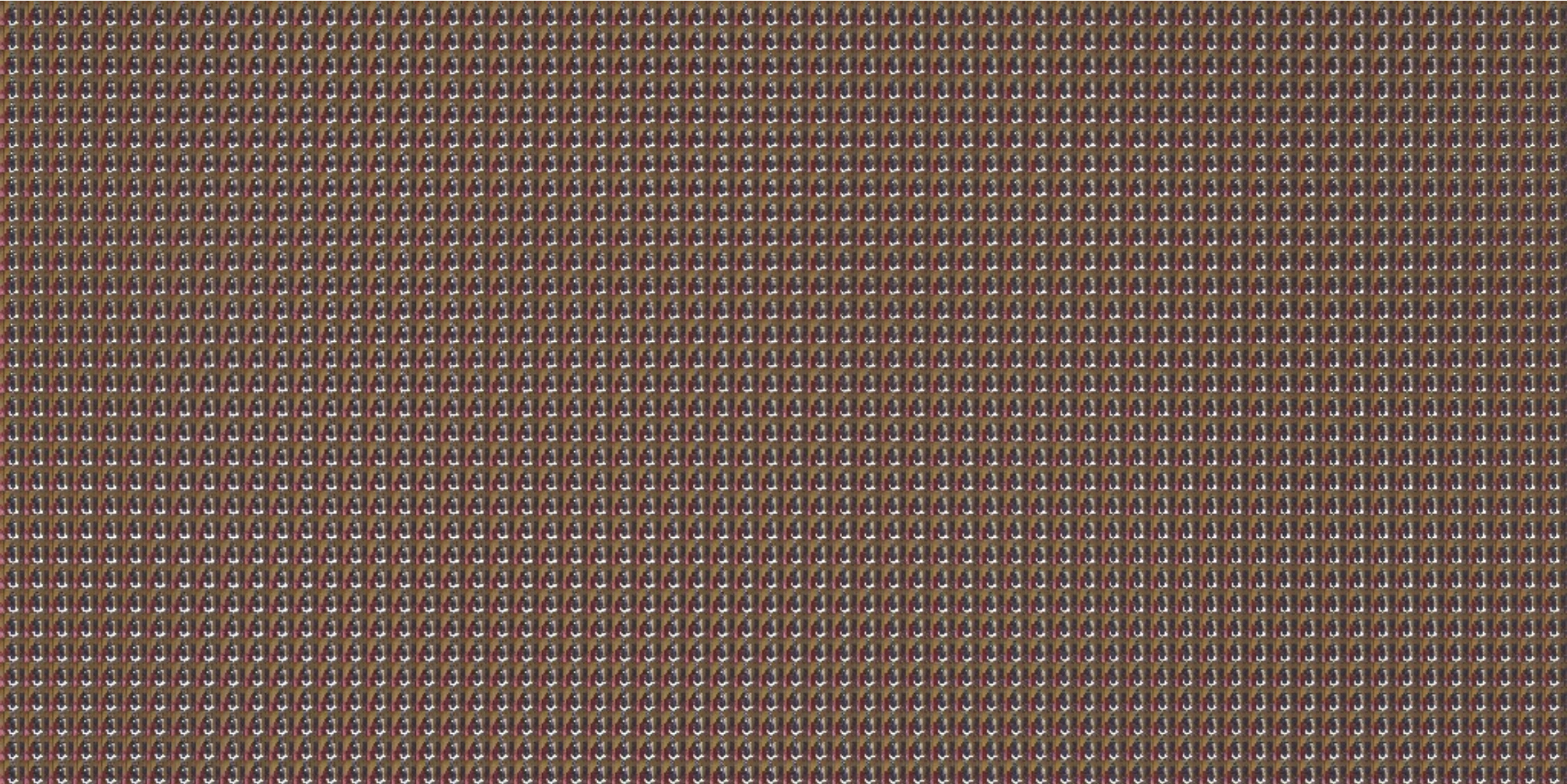
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



85^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

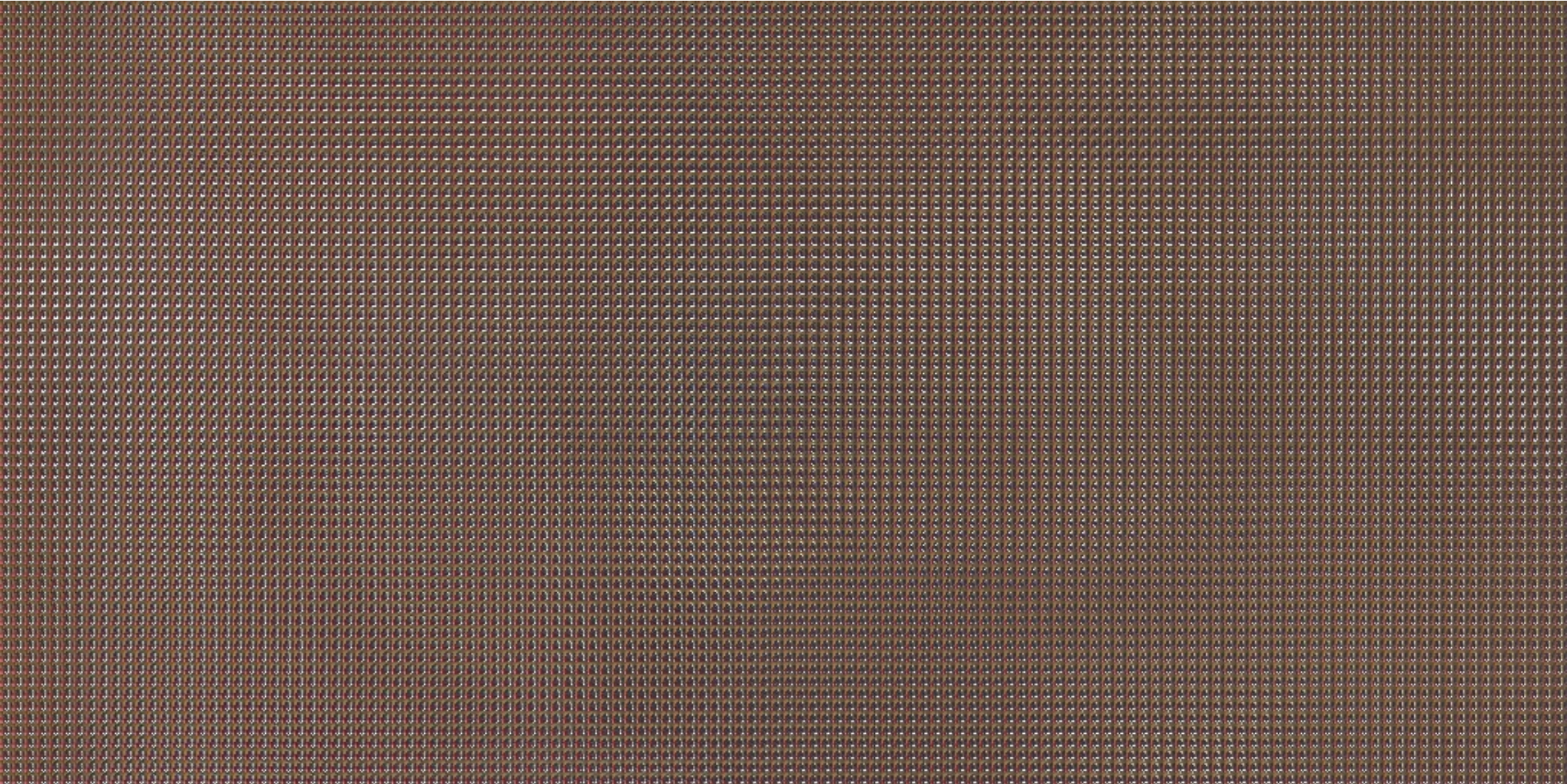
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



86^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

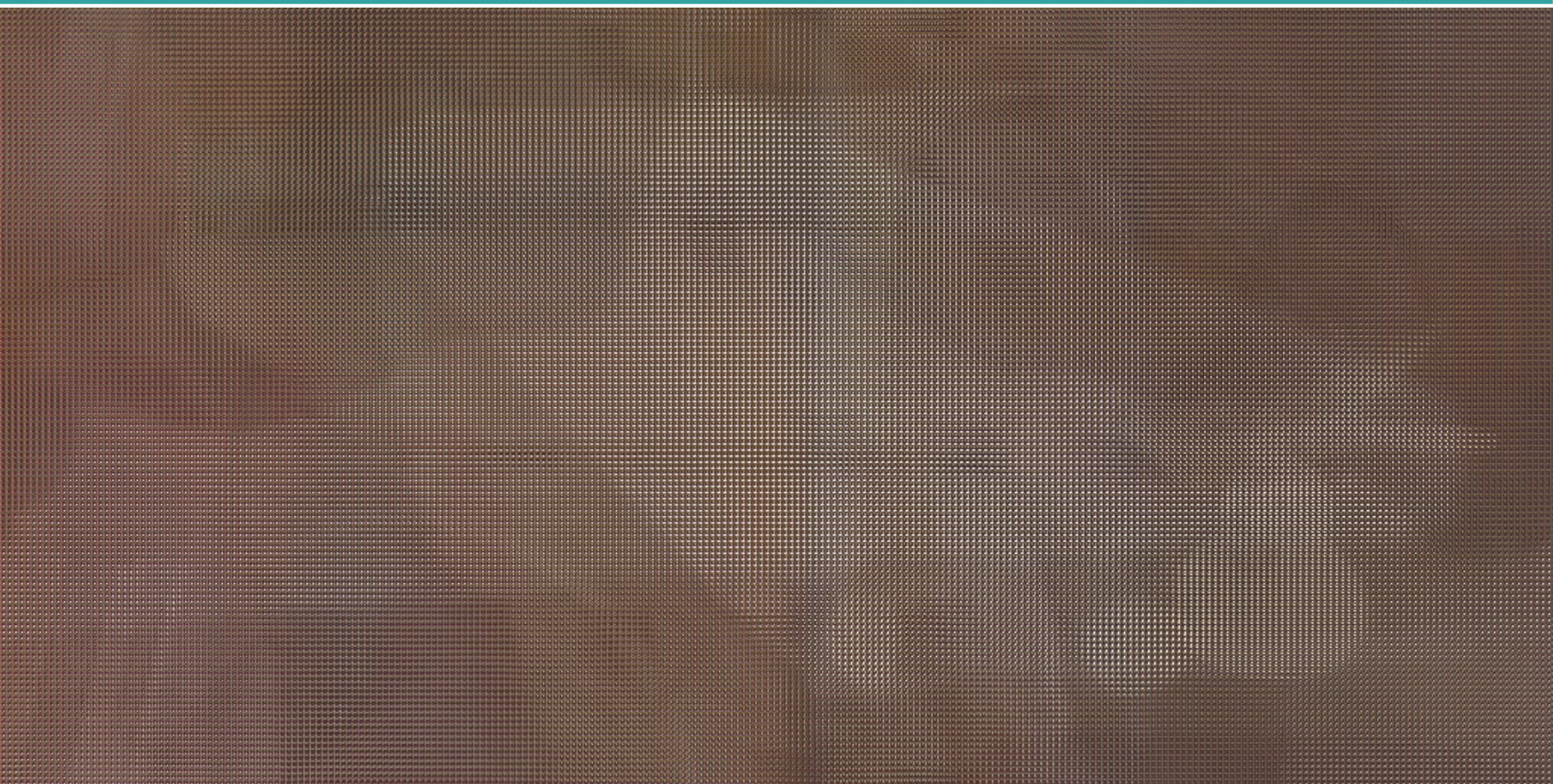
LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



87^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



88^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



89^e ITÉRATION

Du boulanger au photomaton

LA TRANSFORMATION DU PHOTOMATON



90^e ITÉRATION : LE RETOUR !!!

Du boulanger au photomaton

Aimé Lachal

Explication : un processus *périodique*

$$\psi^r(i, j) = (2^r i \bmod (2p - 1), 2^r j \bmod (2q - 1))$$

La période est le plus petit r tel que $\psi^r = \text{id}$
i.e. $2^r = 1 \bmod (2p - 1)$ et $2^r = 1 \bmod (2q - 1)$

Cas particulier :

pour une image de définition $2^a \times 2^b$

$$r = \text{ppcm}(a, b)$$

Explication : un processus *périodique*

Exemple :

pour une image de définition 512×1024

avec $512 = 2^9$ et $1024 = 2^{10}$:

période : $r = \text{ppcm}(9, 10) = 90$

Quelques intermédiaires :

$$\begin{aligned}\psi^{10}(i, j) &= \left(2^{10} i \bmod(511), 2^{10} j \bmod(1023) \right) = (2i, j) \\ \psi^{20}(i, j) &= \left(2^{20} i \bmod(511), 2^{20} j \bmod(1023) \right) = (4i, j) \\ \psi^{81}(i, j) &= \left(2^{81} i \bmod(511), 2^{81} j \bmod(1023) \right) = (i, 2j)\end{aligned}$$

QUELQUES RÉFÉRENCES

QUELQUES RÉFÉRENCES

➤ J.P. Delahaye & P. Mathieu

- *Images brouillées, images retrouvées*

Pour la science n° 242, Décembre 1997 p 102-106.

<https://www.cristal.univ-lille.fr/~jdelahay/pls/048.pdf>

- *Une scytale informatique*

Pour la science n° 359, Septembre 2007 p 90-95.

<https://www.cristal.univ-lille.fr/~jdelahay/pls/161.pdf>

- *Les transformations bijectives d'images*

<https://www.cristal.univ-lille.fr/~pmathieu/transform/index-2.html>

➤ A. Esculier

- *Transformation du boulanger, transformations bijectives d'une image*

<https://aesculier.fr/fichiersMaple/boulanger/boulanger.html>

➤ Manuel Luque

- *La transformation du photomaton avec PStricks*

<http://pstricks.blogspot.com/2019/07/la-transformation-du-photomaton-avec.html>

<http://pstricks.blogspot.com/2019/08/la-transformation-du-photomaton-avec.html>

**MERCI
DE
VOTRE ATTENTION !**

Diaporama disponible sur

***[https://math.univ-lyon1.fr/~alachal/diaporamas/
diaporama_transformation_boulangier_photomaton.pdf](https://math.univ-lyon1.fr/~alachal/diaporamas/diaporama_transformation_boulangier_photomaton.pdf)***