

# **Leçon n°15 :** **Solides de l'Espace et Volumes**

# Niveau et Prérequis

**Niveau : Cycle 4**

**Prérequis : Géométrie Plane , Notions de plans parallèles, Notions d'intersection de plans**

# Plan

## I ) Définitions Usuelles

- 1) Solides, Polyèdres, Volume
- 2) Mode de représentation des solides de l'espace
  - a) Patron
  - b) Perspective Cavalière

## II ) Solides Usuels

- 1) Parallélépipède rectangle
- 2) Prisme et Cylindre
- 3) Pyramide et Cônes de Révolution
- 4) Boule

## III) Solides de Platon / Formule d'Euler

# I) Définitions Usuelles

**Solide** : Un solide dans l'espace est un ensemble de points situés à l'intérieur d'une partie fermée de l'espace.

**Polyèdre** : Un polyèdre est un solide déterminé par des surfaces planes polygonales qu'on appelle face du polyèdre.

# I) Définitions Usuelles

**Arête** : L'arête d'un polyèdre est la ligne d'intersection de deux faces de ce polyèdre.

**Sommet** : Le sommet d'un polyèdre est le point d'intersection de plusieurs arêtes de ce polyèdre.

**Volume** : Le volume d'un solide est la portion de l'espace que le solide occupe.

## 2) Mode de représentation des solides de l'espace

### a) Le patron

**Définition** : Un patron d'un solide est un modèle plan permettant de construire par pliage, le solide.

## 2) Mode de représentation des solides de l'espace

### b) La perspective cavalière

**Définition** : La perspective cavalière est une manière de représenter en deux dimensions des objets de l'espace.

## 2) Mode de représentation des solides de l'espace

### **Théorème (Règles de la représentation en perspective cavalière) :**

- Les éléments visibles sont dessinés en traits pleins, les éléments cachés sont dessinés en pointillés.
- Dans un plan vu de face, une figure est représentée en vraie grandeur ou à une échelle (sans changer sa forme).
- Deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles.
- Des points alignés sont représentés par des points alignés.
- Le milieu d'un segment est représenté par le milieu du segment dessiné ; les proportions de longueurs sont conservées.

## II) Solides Usuels

### 1) Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)

**Définition** : Un parallélépipède rectangle est un polyèdre dont toutes les faces sont rectangulaires.

**Propriété** : Si on note  $L$ ,  $l$  et  $h$  les dimensions du pavé droit, alors le volume  $V$  est obtenu par la formule

$$V = L \times l \times h$$

## II) Solides Usuels

### 2) Prisme et Cylindre

**Définition** : Un prisme est un polyèdre qui a deux faces parallèles et superposables appelées bases et dont les autres faces sont rectangulaires.

**Définition** : Un cylindre est un solide possédant deux disques parallèles et de même rayon appelés bases du cylindre et un rectangle « enroulé » autour des bases appelé surface latérale du cylindre.

## II) Solides Usuels

**Propriété** : Le Volume  $V$  d'un cylindre ou d'un prisme est donné par la formule

$$V=B*h$$

Où  $B$  est l'aire de la base et  $h$  la hauteur du solide.

## II) Solides Usuels

### 3) Pyramide et cônes de révolution

**Définition** : Une pyramide est un solide possédant une base polygonale et des faces latérales qui sont des triangles. Ces faces ont toutes un sommet commun appelé sommet de la pyramide.

**Définition** : Un cône de révolution est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés adjacents à l'angle droit. Il possède un disque appelé base, un sommet et une surface latérale.

## II) Solides Usuels

### Propriété :

Le volume  $V$  d'une pyramide ou d'un cône de révolution est obtenu par la formule :

$$V=(B*h)/3$$

Où  $B$  est l'aire de la base et  $h$  la hauteur du solide.

## II) Solides Usuels

### 4) Boule

**Définition** : Une boule de centre O et de rayon r est un solide constitué de tous les points situés à une distance inférieure ou égale au rayon.

**Propriété** : Le volume V d'une boule est donné par la formule

$$V = \frac{4}{3} * \pi * r^3$$

# III) Solides de Platon - Formule d'Euler

**Définition :** Un solide de Platon est un polyèdre régulier, dont toutes les faces sont des polygones réguliers dont les côtés sont de même longueur.

## **Propriété : Théorème de Euler-Descartes**

Pour tous les polyèdres cités précédemment, on a l'égalité :

$$S+F=A+2$$

Où S est le nombre de sommets

F est le nombre de face

A est le nombre d'arêtes

# III) Solides de Platon - Formule d'Euler

**Théorème** : Il existe 5 solides de Platon

- Le tétraèdre composé de 4 faces qui sont des triangles équilatéraux, 4 sommets et 6 arêtes.
- Le cube composé de 6 faces qui sont des carrés, 8 sommets et 12 arêtes.
- L'octaèdre composé de 8 faces qui sont des triangles équilatéraux, 6 sommets et 12 arêtes.
- Le dodécaèdre composé de 12 faces qui sont des pentagones réguliers, 20 sommets et 30 arêtes.
- L'icosaèdre composé de 20 faces qui sont des triangles équilatéraux, 12 sommets et 30 arêtes.

**MERCI POUR VOTRE ATTENTION**