

Leçon n°15 : **Solides de l'Espace et Volumes**

Niveau et Prérequis

Niveau : Cycle 4

Prérequis : Géométrie Plane , Notions de plans parallèles, Notions d'intersection de plans

Plan

I) Définitions Usuelles

- 1) Solides, Polyèdres, Volume
- 2) Mode de représentation des solides de l'espace
 - a) Patron
 - b) Perspective Cavalière

II) Solides Usuels

- 1) Parallélépipède rectangle
- 2) Prisme et Cylindre
- 3) Pyramide et Cônes de Révolution
- 4) Boule

III) Solides de Platon / Formule d'Euler

I) Définitions Usuelles

Solide : Un solide dans l'espace est un ensemble de points situés à l'intérieur d'une partie fermée de l'espace.

Polyèdre : Un polyèdre est un solide déterminé par des surfaces planes polygonales qu'on appelle face du polyèdre.

I) Définitions Usuelles

Arête : L'arête d'un polyèdre est la ligne d'intersection de deux faces de ce polyèdre.

Sommet : Le sommet d'un polyèdre est le point d'intersection de plusieurs arêtes de ce polyèdre.

Volume : Le volume d'un solide est la portion de l'espace que le solide occupe.

2) Mode de représentation des solides de l'espace

a) Le patron

Définition : Un patron d'un solide est un modèle plan permettant de construire par pliage, le solide.

2) Mode de représentation des solides de l'espace

b) La perspective cavalière

Définition : La perspective cavalière est une manière de représenter en deux dimensions des objets de l'espace.

2) Mode de représentation des solides de l'espace

Théorème (Règles de la représentation en perspective cavalière) :

- Les éléments visibles sont dessinés en traits pleins, les éléments cachés sont dessinés en pointillés.
- Dans un plan vu de face, une figure est représentée en vraie grandeur ou à une échelle (sans changer sa forme).
- Deux droites parallèles sont représentées par deux droites parallèles.
- Des points alignés sont représentés par des points alignés.
- Le milieu d'un segment est représenté par le milieu du segment dessiné ; les proportions de longueurs sont conservées.

II) Solides Usuels

1) Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)

Définition : Un parallélépipède rectangle est un polyèdre dont toutes les faces sont rectangulaires.

Propriété : Si on note L , l et h les dimensions du pavé droit, alors le volume V est obtenu par la formule

$$V = L \times l \times h$$

II) Solides Usuels

2) Prisme et Cylindre

Définition : Un prisme est un polyèdre qui a deux faces parallèles et superposables appelées bases et dont les autres faces sont rectangulaires.

Définition : Un cylindre est un solide possédant deux disques parallèles et de même rayon appelés bases du cylindre et un rectangle « enroulé » autour des bases appelé surface latérale du cylindre.

II) Solides Usuels

Propriété : Le Volume V d'un cylindre ou d'un prisme est donné par la formule

$$V=B*h$$

Où B est l'aire de la base et h la hauteur du solide.

II) Solides Usuels

3) Pyramide et cônes de révolution

Définition : Une pyramide est un solide possédant une base polygonale et des faces latérales qui sont des triangles. Ces faces ont toutes un sommet commun appelé sommet de la pyramide.

Définition : Un cône de révolution est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés adjacents à l'angle droit. Il possède un disque appelé base, un sommet et une surface latérale.

II) Solides Usuels

Propriété :

Le volume V d'une pyramide ou d'un cône de révolution est obtenu par la formule :

$$V=(B*h)/3$$

Où B est l'aire de la base et h la hauteur du solide.

II) Solides Usuels

4) Boule

Définition : Une boule de centre O et de rayon r est un solide constitué de tous les points situés à une distance inférieure ou égale au rayon.

Propriété : Le volume V d'une boule est donné par la formule

$$V = \frac{4}{3} * \pi * r^3$$

III) Solides de Platon - Formule d'Euler

Définition : Un solide de Platon est un polyèdre régulier, dont toutes les faces sont des polygones réguliers dont les côtés sont de même longueur.

Propriété : Théorème de Euler-Descartes

Pour tous les polyèdres cités précédemment, on a l'égalité :

$$S+F=A+2$$

Où S est le nombre de sommets

F est le nombre de face

A est le nombre d'arêtes

III) Solides de Platon - Formule d'Euler

Théorème : Il existe 5 solides de Platon

- Le tétraèdre composé de 4 faces qui sont des triangles équilatéraux, 4 sommets et 6 arêtes.
- Le cube composé de 6 faces qui sont des carrés, 8 sommets et 12 arêtes.
- L'octaèdre composé de 8 faces qui sont des triangles équilatéraux, 6 sommets et 12 arêtes.
- Le dodécaèdre composé de 12 faces qui sont des pentagones réguliers, 20 sommets et 30 arêtes.
- L'icosaèdre composé de 20 faces qui sont des triangles équilatéraux, 12 sommets et 30 arêtes.

MERCI POUR VOTRE ATTENTION