M1G S1 : Géométrie

Vincent Borrelli Mathilde Gaillard Matthieu Jentile

Sébastien Pierrisnard Michael Yang

Université Claude Bernard Lyon 1

Résumé

Ce document est un polycopié de cours du module Géométrie enseigné lors du premier semestre du Master 1 Mathématiques Générales (M1G) de Lyon, réalisé par Monsieur Vincent Borelli. L'entièreté du contenu du document a été fournie par M. Borelli pendant ses enseignements lors de l'année scolaire 2020-2021.

Le but de ce polycopié est de fournir aux élèves de M1G un document de cours parallèle aux diapositives qu'utilise M. Borelli lors de ses cours, ceci afin d'en faciliter les lectures. Ainsi, le contenu est identiquement le même et ne contient aucune note personnelle.
Ce document a été réalisé en collaboration par Mathilde Gaillard, Matthieu Jentile, Sébastien Pierrisnard, Michael Yang et Jules Armand. Chacun des collaborateurs est issu de la promotion 2020-2021 du M1G et ont donc suivis les enseignements de M. Borelli.

Malgré les précautions de chacun des auteurs, il est possible que des erreurs se soient glissées çà et là. Dans ce cas (ou pour toute autre remarque vis-à-vis de ce document), il est recommandé de contacter M. Borelli, par exemple à l'adresse borrelli@math.univ-lyon1.fr.
Enfin, toutes les images présentes dans ce polycopié ne sont pas forcément libres de droits. Il n'est donc pas autorisé au lecteur de les utiliser comme bon lui semble, si ce n'est pour une utilisation personnelle.

Les collaborateurs sont profondément reconnaissants envers M. Borelli pour sa confiance en eux dans l'élaboration de ce document.

Table des matières

Chapitre 6

Aspects métriques des surfaces paramétrées

Dans tout ce chapitre, on munit $\mathbb{R}^3$ d'un produit scalaire $\langle .; . \rangle$.

I Première forme fondamentale

Soient $\mathcal{U}$ un ouvert de $\mathbb{R}^2$, S une partie de $\mathbb{R}^3$ de sorte que l'application $f : \mathcal{U} \longrightarrow S$ est une surface paramétrée régulière et

$$\begin{array}{rccc} \gamma : & I & \longrightarrow & \mathcal{U} \\ & t & \longmapsto & \big(u(t), v(t)\big) \end{array}$$

une courbe régulière.
La courbe $\overline{\gamma} := f \circ \gamma : I \longrightarrow S$ est une courbe paramétrée dont le support est inclut dans S. On dit alors que la courbe est *"tracée sur la surface"*.
La **longueur** de $\overline{\gamma}$ est

$$\begin{aligned} \text{Long}(\overline{\gamma}) &= \int_I \| \, \overline{\gamma}\,'(t) \| \; dt \\ &= \int_I \langle \, \frac{\partial}{\partial t} \, (f \circ \gamma)(t) \, , \, \frac{\partial}{\partial t} \, (f \circ \gamma)(t) \, \rangle^{\frac{1}{2}} \; dt \\ &= \int_I \big(\, E \, u'(t)^2 + 2F \, u'(t) \, v'(t) + G \, v'(t)^2 \big)^{\frac{1}{2}} \; dt \end{aligned}$$

avec

$$E(u,v) = \left\| \frac{\partial f}{\partial u} \, (u,v) \right\|^2 \quad G(u,v) = \left\| \frac{\partial f}{\partial v} \, (u,v) \right\|^2 \quad F(u,v) = \left\langle \frac{\partial f}{\partial u} \, (u,v) \, , \, \frac{\partial f}{\partial v} \, (u,v) \right\rangle$$

La **LONGUEUR** de γ est

$$\begin{aligned}\mathrm{Long}(\gamma) &= \int_I \|\gamma'(t)\|\, dt \\ &= \int_I \left(u'(t)^2 + v'(t)^2 \right)^{\frac{1}{2}} dt\end{aligned}$$

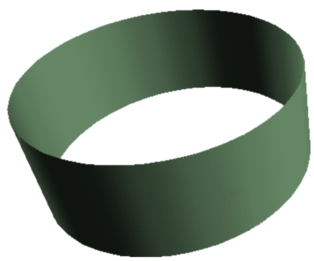
Proposition 6.1 : Le paramétrage $f : \mathcal{U} \longrightarrow S$ préserve la longueur des courbes **si et seulement si** $\forall u, v \in \mathcal{U},\ E(u,v) = G(u,v) = 1$ et $F(u,v) = 0$.

Exemple :

1) On paramétrise le cylindre par

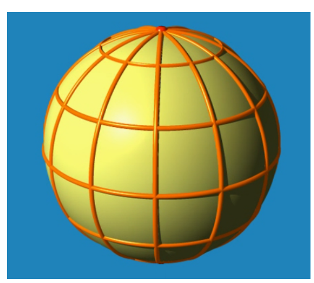
$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (u,v) & \longmapsto & (\cos(u)\,,\, \sin(u)\,,\, v\,) \end{array}$$

Un calcul immédiat montre que $E = G = 1$ et $F = 0$: la longueur des courbes est donc préservée.



2) On paramétrise la sphère sans ses pôles par

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} \times]0,\pi[& \longrightarrow & \mathbb{S}^2 \setminus \{N, S\} \\ & (u,v) & \longmapsto & (\cos(u)\sin(v)\,,\, \sin(u)\sin(v)\,,\, \cos(v)\,) \end{array}$$



Un calcul immédiat montre que $E = \sin^2(v)$, $G = 1$ et $F = 0$: la longueur des courbes $u \longmapsto f(u, v_0)$ n'est pas préservée sauf si $v_0 = \frac{\pi}{2}$.

On suppose désormais que f est **injective et régulière**.

Définition : Soit $p \in S$. On appelle **PREMIÈRE FORME FONDAMENTALE** et on note $I_p(.,.)$ la forme bilinéaire sur T_pS qui est la restriction à T_pS du produit scalaire $\langle .;. \rangle$ de $\mathbb{R}^3$. Autrement dit :

$$\forall X, Y \in T_pS,\ I_p(X,Y) := \langle X, Y \rangle$$

Posons $p = f(u,v)$ et écrivons X et Y dans la base $\big(f_u(u,v)\,,\ f_v(u,v)\big)$ de T_pS :

$$X = X_u f_u + X_v f_v \ \text{ et } \ Y = Y_u f_u + Y_v f_v$$

On a

$$\begin{aligned}
I_p(X,Y) &= \langle X, Y \rangle \\
&= \langle\, X_u f_u + X_v f_v \ ,\, Y_u f_u + Y_v f v \,\rangle \\
&= X_u Y_u \langle\, f_u, f_u \,\rangle + X_v Y_v \langle\, f_v, f_v \,\rangle + (X_u Y_v + X_v Y_u)\langle\, f_u, f_v \,\rangle \\
&= X_u Y_u\, E(u,v) + X_v Y_v\, G(u,v) + (X_u Y_v + X_v Y_u)\, F(u,v)
\end{aligned}$$

La matrice de I_p dans la base $(\,f_u, f_v\,)$ est donc $\begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}$. En particulier

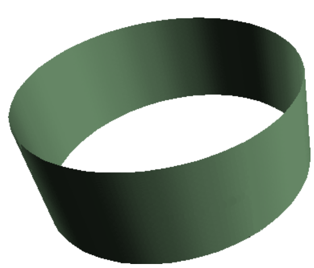
$$I_p(X,Y) = (X_u, X_v) \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_u \\ Y_v \end{pmatrix}$$

Définition : Les fonctions E, F et G sont appelées les **CŒFFICIENTS DE LA PREMIÈRE FORME FONDAMENTALE** dans la base (f_u, f_v).

Observons que la formule donnant la **LONGUEUR** de $\overline{\gamma}$ s'écrit maintenant

$$\text{Long}(\overline{\gamma}) = \int_I \sqrt{I_p\big(\gamma'(t), \gamma'(t)\big)}\; dt$$

Exemple :
1) Poursuivons l'exemple du cylindre.

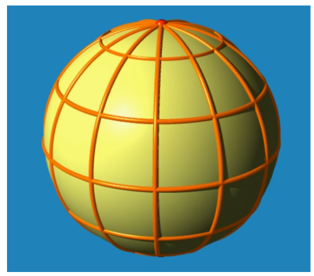


Dans la base $f_u = (\,-\sin(u)\,,\, \cos(u)\,,\, 0)\,,\ f_v = (0,0,1)$ la matrice de la première forme fondamentale du cylindre est

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Elle est indépendante du point $p = f(u,v)$ choisi.

2) On reprend l'exemple de la sphère exempté de ses pôles.



Dans la base $f_u = (-\sin(u)\sin(v)\,,\,\cos(u)\sin(v)\,,\,0)$ et $f_v = \big(\cos(u)\cos(v)\,,\,\sin(u)\cos(v)\,,\,-\sin(v)\big)$ la matrice de la première forme fondamentale de la sphère privée du pôle nord et du pôle sud est

$$\begin{pmatrix} \sin^2(v) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Elle ne dépend que de v.

Définition : Deux surfaces paramétrées régulières et injectives $f_1 : \mathcal{U} \longrightarrow S_1$ et $f_2 : \mathcal{U} \longrightarrow S_2$ sont dites **ISOMÉTRIQUES** lorsque les cœfficients de la première forme fondamentale de f_1 calculés dans la base $\big((f_1)_u\,,\,(f_1)_v\big)$ sont égaux à ceux de f_2 calculés dans la base $\big((f_2)_u\,,\,(f_2)_v\big)$.

REMARQUE :
Autrement dit f_1 et f_2 sont isométriques lorsque

$$\left\|\frac{\partial f_1}{\partial u}(u,v)\right\|^2 = \left\|\frac{\partial f_2}{\partial u}(u,v)\right\|^2 \quad et \quad \left\|\frac{\partial f_1}{\partial v}(u,v)\right\|^2 = \left\|\frac{\partial f_2}{\partial v}(u,v)\right\|^2 \quad et$$

$$\left\langle \frac{\partial f_1}{\partial u}(u,v)\,,\,\frac{\partial f_1}{\partial v}(u,v)\right\rangle = \left\langle \frac{\partial f_2}{\partial u}(u,v)\,,\,\frac{\partial f_2}{\partial v}(u,v)\right\rangle$$

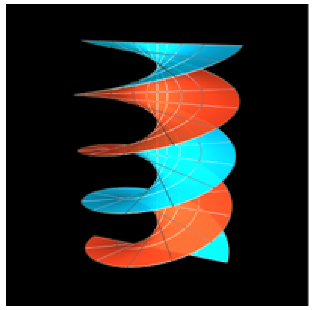
Proposition 6.2 : Soient $f_1 : \mathcal{U} \longrightarrow S_1$ et $f_2 : \mathcal{U} \longrightarrow S_2$ deux surfaces paramétrées régulières et injectives. Si f_1 et f_2 sont isométriques, alors pour toute courbe régulière $\gamma : I \longrightarrow \mathcal{U}$,

$$\mathrm{Long}(f_1 \circ \gamma) = \mathrm{Long}(f_2 \circ \gamma)$$

Exemple :
1) Soient

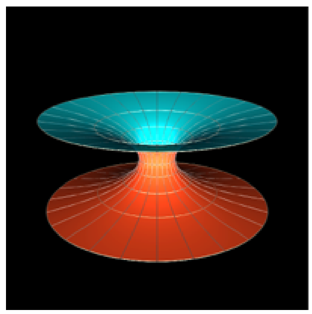
$$\begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \xrightarrow{f_1} & \mathbb{R}^3 \\ (u,v) & \longmapsto & (\cos(u)\,,\,\sin(u)\,,\,v) \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \xrightarrow{f_2} & \mathbb{R}^3 \\ (u,v) & \longmapsto & (u,v,0) \end{array}$$

D'après les calculs faits à l'exemple 1, les surfaces paramétrées f_1 et f_2 sont isométriques.



2) Soient

$$\begin{array}{rccc} f_1 : &]0,2\pi[\times\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathcal{H} \\ & (u,v) & \longmapsto & (sh(v)\cos(u)\,,\,sh(v)\sin(u)\,,\,u) \end{array}$$



$$\begin{array}{rccc} f_2 : &]0,2\pi[\times\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathcal{C} \\ & (u,v) & \longmapsto & (-ch(v)\sin(u)\,,\,ch(v)\cos(u)\,,\,v) \end{array}$$

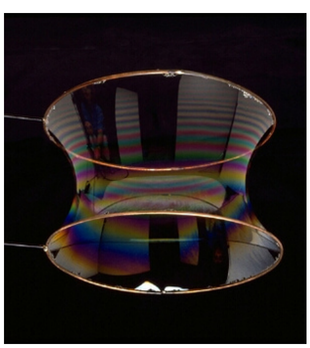
On a

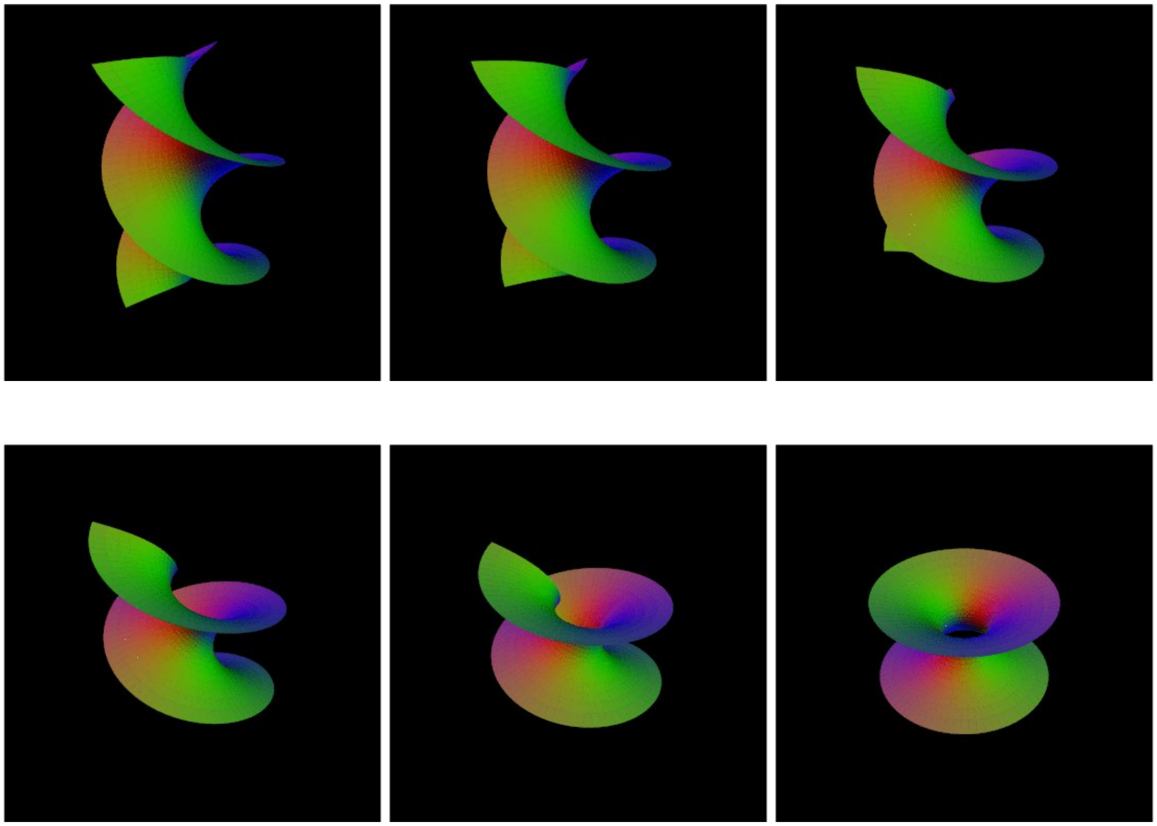
$$\left\|\frac{\partial f_1}{\partial u}(u,v)\right\|^2 = \left\|\frac{\partial f_2}{\partial u}(u,v)\right\|^2 = ch(v)^2$$

$$\left\|\frac{\partial f_1}{\partial v}(u,v)\right\|^2 = \left\|\frac{\partial f_2}{\partial v}(u,v)\right\|^2 = ch(v)^2$$

$$\left\langle\frac{\partial f_1}{\partial u}(u,v)\,,\,\frac{\partial f_1}{\partial v}(u,v)\right\rangle = \left\langle\frac{\partial f_2}{\partial u}(u,v)\,,\,\frac{\partial f_2}{\partial v}(u,v)\right\rangle = 0$$

donc f_1 et f_2 sont isométriques.





II Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

Carl Friedrich Gauss (1777-1855)

• L'un des plus grands mathématiciens de tous les temps, un véritable génie.
• Gauss n'ayant publié qu'une partie infime de ses découvertes, la postérité découvre la profondeur et l'étendue de son œuvre uniquement lorsque son journal intime, publié en 1898, est découvert et exploité.
• Distant et austère, il détestait enseigner et ne travailla jamais comme professeur de mathématiques.
• Gauss était profondément pieux et conservateur. Il soutint la monarchie et s'opposa à Napoléon qu'il vit comme un semeur de révolution.
• Il apporta des contributions majeures en théorie des nombres, en statistiques, en analyse, en géométrie différentielle, en géophysique, en électrostatique, en astronomie et en optique.
• Concernant cette séance, c'est lui le premier qui a compris l'importance de la première forme fondamentale : elle détermine complètement la géométrie intrinsèque de la surface.
• A ce sujet il découvre un théorème merveilleux, le célébrissime *Theorema egregium* que nous verrons dans la leçcon intitulée *Courbure*.

Signature de Gauss

• Une histoire apocryphe : prévenu au milieu d'un problème que sa femme était en train de mourir Gauss aurait répondu : « Dites lui d'attendre un moment que j'aie fini. »

III Aire d'une surface paramétrée

Soit $\mathcal{U}$ un ouvert de $\mathbb{R}^2$.

Définition : Soit $f : \mathcal{U} \longrightarrow S$ une surface paramétrée régulière. On appelle **AIRE DE** f la valeur

$$\mathbf{Aire}(f) := \int_{\mathcal{U}} \|f_u \wedge f_v\|\, du\, dv$$

Rappelons que $\|X \wedge Y\|$ est l'aire du parallélogramme formé par X et Y.
L'identité de Lagrange $\|X\|^2\|Y\|^2 = \|X \wedge Y\|^2 + \langle X, Y\rangle^2$ donne ici

$$\begin{aligned} \|X \wedge Y\|^2 &= \|X\|^2\|Y\|^2 - \langle X, Y\rangle^2 \\ &= EG - F^2 \geqslant 0 \end{aligned}$$

Ainsi $\mathbf{Aire}\,(f) := \displaystyle\int_{\mathcal{U}} \sqrt{EG - F^2}\, du\, dv$.
Notons que

$$EG - F^2 = 0 \iff \|f_u \wedge f_v\| = 0$$

En conséquence, on a le lemme suivant :

Lemme 6.1 : Une surface paramétrée $f : \mathcal{U} \longrightarrow S \subseteq \mathbb{R}^3$ est régulière en $p \in \mathcal{U}$ **si et seulement si** $(EG - F^2)(p) \neq 0$.

Proposition 6.3 : Soit $\varphi : \mathcal{V} \longrightarrow \mathcal{U}$ un $\mathcal{C}^1$-difféomorphisme et $g = f \circ \varphi$ une reparamétrisation de f alors

$$Aire(g) = Aire(f)$$

***Démonstration* :**
On écrit $dg_{(u',v')} = df_{\varphi(u',v')} \circ d\varphi_{(u',v')}$ sous forme matricielle :

$$(\, g_u \,,\, g_v \,)\,(u', v') = (\, f_u \,,\, f_v \,)_{\varphi(u',v')} \begin{pmatrix} (\varphi_1)_{u'} & (\varphi_1)_{v'} \\ (\varphi_2)_{u'} & (\varphi_2)_{v'} \end{pmatrix}_{(u',v')}$$

où $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2)$.
Ainsi

$$g_{u'}(u', v') = (\varphi_1)_{u'}\,(u', v')\,.\, f_u \circ \varphi(u', v') + (\varphi_2)_{u'}\,(u', v')\,.\, f_v \circ \varphi(u', v')$$

$$g_{v'}(u', v') = (\varphi_1)_{v'}(u', v').f_u \circ \varphi(u', v') + (\varphi_2)_{v'}(u', v').f_v \circ \varphi(u', v')$$

Puis

$$\begin{aligned} g_{u'} \wedge g_{v'} &= \big((\varphi_1)_{u'}\,(\varphi_2)_{v'} - (\varphi_1)_{v'}\,(\varphi_2)_{u'}\big)(f_u \wedge f_v) \circ \varphi \\ &= \big(\det\big(d\varphi_{(u',v')}\big)\big)(f_u \wedge f_v) \circ \varphi \end{aligned}$$

Par conséquent

$$\begin{aligned} Aire(g) &= \int_{\mathcal{V}} \|\, g_{u'} \wedge g_{v'} \,\|\, du'\, dv' \\ &= \int_{\mathcal{V}} \left|\det\big(d\varphi_{(u',v')}\big)\right|\ \|(f_u \wedge f_v) \circ \varphi\|\, du'\, dv' \end{aligned}$$

La formule du changement de variables dans les intégrales permet de conclure

$$\begin{aligned} Aire(g) &= \int_{\mathcal{U}} \|f_u \wedge f_v\| \, du \, dv \\ &= Aire(f) \end{aligned}$$

$\square$

Exemple :
Aire d'un cylindre : Soit

$$\begin{array}{rccccc} f: &]0,2\pi[& \times &]0,1[& \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & u & & v & \longmapsto & (\cos(u)\,,\, \sin(u)\,,\, v) \end{array}$$

On a $E = G = 1$ et $F = 0$, donc

$$Aire(f) = \int_{]0,2\pi[\times]0,1[} \sqrt{EG - F^2} \, du \, dv \; = \; 2\pi$$

Mais $f\big(]0,2\pi[\times]0,1[\big)$ n'est pas tout à fait un cylindre...

Bien sûr, on peut étendre la définition de l'aire au cas où $f : \overline{\mathcal{U}} \longrightarrow S$.

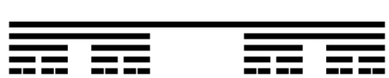
Lemme 6.2 : Soit $f : \mathcal{U} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ une surface paramétrée non nécessairement régulière. Si $\overline{\mathcal{U}} \setminus \mathcal{U}$ est de mesure nulle alors

$$Aire(f) = Aire(f_{|\mathcal{U}})$$

Dans l'exemple précédent, il est donc indifférent de travailler avec $\mathcal{U} =]0,2\pi[\times]0,1[$
ou $\overline{\mathcal{U}} = [0,2\pi] \times [0,1]$.

Remarque :
Attention, contrairement à ce que l'intuition pourrait laisser penser il existe des ouverts $\mathcal{U}$ avec $\overline{\mathcal{U}} \setminus \mathcal{U}$ de mesure non nulle.

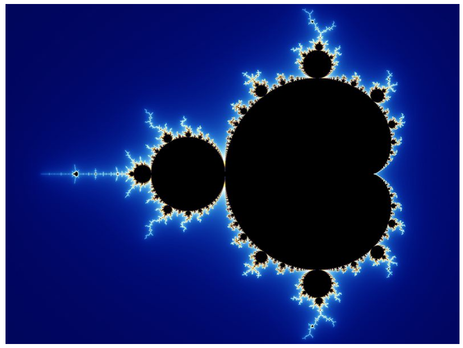
Exemple :
Un exemple en dimension un : prendre $\mathcal{U}$ le complémentaire dans $[0,1]$ de l'ensemble SVC de Smith–Volterra–Cantor.



Ce complémentaire est ouvert car réunion de tous les ouverts que l'on a ôtés lors de la construction du SVC. On montre que $\overline{\mathcal{U}} = [0,1]$ et que la mesure de Lebesgue de $SVC = \overline{\mathcal{U}} \setminus \mathcal{U}$ vaut $\dfrac{1}{2}$.

En général, déterminer la mesure de $\overline{\mathcal{U}} \setminus \mathcal{U}$ est un problème difficile.

Voici une question ouverte : *le bord de l'ensemble de Mandelbrot est-il de mesure nulle ?*



On sait depuis 1998 que la dimension de Hausdorff du bord vaut 2.

Exemple :
Aire de la sphère : On considère

$$\begin{array}{rccc} f: & [0,2\pi]\times[0,\pi] & \longrightarrow & \mathbb{S}^2 \\ & (u,v) & \longmapsto & \big(\cos(u)\sin(v)\,,\,\sin(u)\sin(v)\,,\,\cos(v)\big) \end{array}$$

Restreinte à $\mathcal{U} =]0,2\pi[\times]0,\pi[$, cette paramétrisation est injective et régulière. On a déjà calculé :

$$E = \sin^2(v), \quad F = 0, \quad G = 1$$

On a donc

$$\begin{aligned} Aire(f) &= \int_{[0,2\pi]\times[0,\pi]} \sqrt{EG-F^2}\,du\,dv \\ &= 2\pi\int_0^\pi \sin(v)\,dv \\ &= 4\pi. \end{aligned}$$

En se permettant un léger abus de notation consistant à confondre f et son support, on écrit

$$Aire(\mathbb{S}^2) = 4\pi$$

Attention toutefois, en général $Aire(f)$ n'est pas l'aire du support au sens intuitif. Par exemple

$$\begin{array}{rccc} g: & [0,4\pi]\times[0,\pi] & \longrightarrow & \mathbb{S}^2 \\ & (u,v) & \longmapsto & \big(\cos(u)\sin(v)\,,\,\sin(u)\sin(v)\,,\,\cos(v)\big). \end{array}$$

a pour support $\mathbb{S}^2$ mais $Aire(g) = 8\pi$.

Définition : Soit f une surface paramétrée. La fonction $\sqrt{EG-F^2}$ est appelée l'**ÉLÉMENT D'AIRE DE** f.

Notation : d^2S désigne $\sqrt{EG-F^2}\,du\,dv$.

Cette notation permettra ainsi de simplifier l'écriture de l'aire de f par $Aire(f) := \int_{\mathcal{U}} d^2S$.

Définition : Soient $f\mathcal{U} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ une surface paramétrée injective et $\overline{h} : S \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. On appelle **INTÉGRALE DE $\overline{h}$ SUR** $S = f(\mathcal{U})$ la quantité

$$\int_S \overline{h}\, d^2S := \int_{\mathcal{U}} h(u,v)\sqrt{EG-F^2}\, du\, dv$$

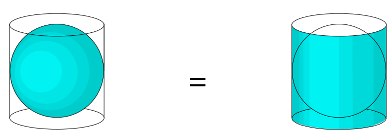
où $h := \overline{h} \circ f$.

On vérifie comme pour l'aire que ce nombre est invariant par reparamétrage.

Définition : Soient $f_1 : \mathcal{U} \longrightarrow S_1$ et $f_2 : \mathcal{U} \longrightarrow S_2$ deux surfaces paramétrées régulières et injectives. f_1 et f_2 sont dites **SYMPLECTOMORPHES** lorsqu'elles ont même éléments d'aire.

Proposition 6.4 : Soient $f_1 : \mathcal{U} \longrightarrow S_1$ et $f_2 : \mathcal{U} \longrightarrow S_2$ deux surfaces paramétrées régulières et injectives. Pour tout borélien $A \subseteq \mathcal{U}$, $Aire\,(f_1|_A) = Aire\,(f_2|_A)$.

Proposition 6.5 (Théorème d'Archimède usuel) : La projection radiale de la sphère sur son cylindre circonscrit préserve les aires.
En particulier l'aire de la sphère est égale à celle du cylindre circonscrit.



La projection radiale est l'application

$$\begin{array}{rccc} proj: & \mathbb{S}^2 \setminus \{N,S\} & \longrightarrow & \mathbb{S}^1 \times]-1,1[\\ & (x,y,z) & \longmapsto & \left(\dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\,,\, \dfrac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\,,\, z\right) \end{array}$$

Soit

$$\begin{array}{rccc} f: & [0,2\pi]\times]0,\pi[& \longrightarrow & \mathbb{S}^2 \setminus \{N,S\} \\ & (u,v) & \longmapsto & \big(\cos(u)\sin(v)\,,\, \sin(u)\sin(v)\,,\, \cos(v)\big) \end{array}$$

la paramétrisation usuelle de $\mathbb{S}^2 \setminus \{N,S\}$.
Soit $g = proj \circ f$. On a

$$\begin{array}{rccc} g: & [0,2\pi]\times]0,\pi[& \longrightarrow & \mathbb{S}^1 \times]-1,1[\\ & (u,v) & \longmapsto & \big(\cos(u)\,,\, \sin(u)\,,\, \cos(v)\big) \end{array}$$

Dans le langage de la théorie des surfaces paramétrées le théorème d'Archimède s'énonce comme suit :

Théorème 6.1 (Théorème d'Archimède en théorie des surfaces) : Les paramétrisations f et g sont **symplectomorphes**.

***Démonstration* :**
La matrice de la première forme fondamentale de f dans la base (f_u, f_v) est

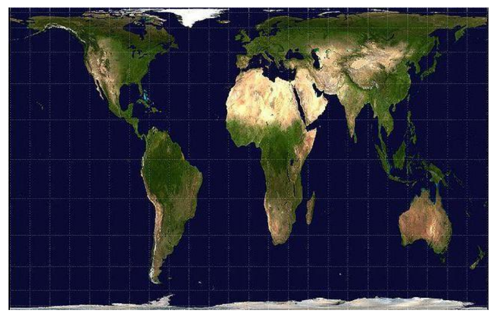
$$\begin{pmatrix} \sin^2(v) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Par conséquent $\sqrt{EG - F^2} = sin(v)$.
La matrice de la première forme fondamentale de g dans la base (g_u, g_v) est

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sin^2(v) \end{pmatrix}$$

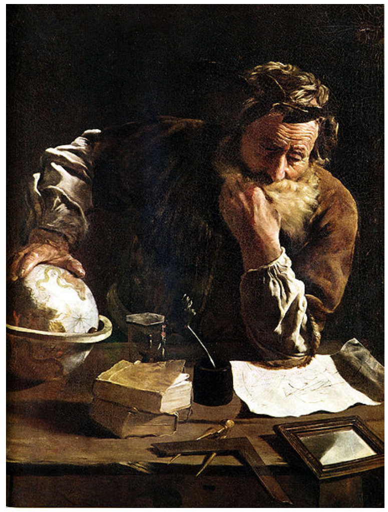
et par conséquent $\sqrt{EG - F^2} = sin(v)$. $\square$

Notons que f et g ne sont pas isométriques.

La projection radiale : une carte qui ne ment pas sur les aires

IV Archimède (-287/-272)



Archimède par Domenico Fetti (1620)

Considéré comme le plus grand mathématicien de l'Antiquité et l'un des plus grands de tous les temps.
Calcule l'aire sous un arc de parabole, donne un encadrement de π d'une remarquable précision, établit des formules pour les volumes des surfaces de révolution.
Egalement physicien (poussée d'Archimède) et ingénieur (vis d'Archimède).
Il vivait à Syracuse, en Sicile, alors dans la Grande Grèce.

La mort d'Archimède par Thomas Degeorge

"*Archimède avait désiré que l'on gravât [sur son tombeau] une sphère inscrite dans un cylindre en mémoire de sa découverte sur le rapport de ces corps.*

Cela fut exécuté, et c'est à ce signe que Ciceron, étant questeur en Sicile, retrouva ce monument au milieu des ronces et des épines qui le dérobaient à la vue." - Jean-Etienne Montucla

Jean-Etienne Montucla, né à Lyon en 1725