

## 1 Modèle mathématique d'écoulement

On considère les équations mono dimensionnelles d'écoulement biphasique en milieu poreux déformable, sans changement de phase ni dissolution. On a donc deux composants et deux phases. Le composant liquide n'est présent que dans la phase liquide, le composant gaz n'est présent que dans la phase gaz, d'où la confusion des noms. La déformabilité du milieu n'est utilisée que pour son aspect numérique a priori régularisant. Le cas peut être traité sans y avoir recours.

On note :

$p_l$  Pression liquide

$p_g$  Pression de gaz

$S_l$  Saturation en liquide

$K_{int}$  Perméabilité intrinsèque

$k_l^{rel}(S_l)$  Perméabilité relative au liquide

$k_g^{rel}(S_l)$  Perméabilité relative au gaz

$\mu_l$  Viscosité dynamique du liquide

$\mu_g$  Viscosité dynamique du gaz

$M_g^{ol}$  Masse molaire du gaz

$R$  Constante des gaz parfaits = 8,315

$T$  Température = 300 ° K

Conservation de la masse de liquide :

$$\frac{\partial(\phi S_l \rho_l)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_l \frac{K_{int} k_l^{rel}}{\mu_l} \frac{\partial P_l}{\partial x} \right) = 0$$

Conservation de la masse de gaz :

$$\frac{\partial(\phi(1-S_l)\rho_g)}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \rho_g \frac{K_{int} k_g^{rel}}{\mu_g} \frac{\partial P_g}{\partial x} \right) = 0$$

Comportement du liquide : incompressible :

$$\rho_l = Cste$$

Comportement du gaz :

$$\rho_g = \frac{M_g^{ol}}{RT} P_g$$

Déformation du solide :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \alpha \frac{\partial P_l}{\partial t}$$

## 2 Conditions initiales et conditions aux limites

Le domaine est défini par  $-0.5 \leq x \leq 0.5$

Les conditions initiales sont

$$P_g(t=0, x) = 10^5 \text{ Pa}$$

Pour  $x \leq 0$

$$S_l = 0.77$$

Pour  $x > 0$

$$S_l = 1$$

Les conditions aux limites sont des conditions de flux nul aux deux extrémités pour le gaz et pour le liquide.

### 3 Valeurs des constantes de matériau

Viscosité du liquide	$10^{-3}$
Viscosité du gaz	$1.8 * 10^{-5}$
Masse volumique du liquide	1000
Masse molaire du gaz	0,02896

$-0.5 \leq x$	
Porosité initiale	0.3
Coefficient de déformabilité $\alpha$	$10^{-11}$
Perméabilité intrinsèque	$10^{-20}$
Courbe de sorption	$S(P_c) = \left( 1 + \left( \frac{P_c}{A} \right)^{\frac{1}{1-B}} \right)^{-B}$ $A = 1.5 * 10^6$ $B = 0.06$
Perméabilité relative au liquide	$k_l^{rel}(S_l) = \left( 1 + \frac{(S_l^{-16.67} - 1)^{1.880}}{4} \right)^{-0.5}$
Perméabilité relative au gaz	$k_{air}^{rel}(S_{eau}) = (1 - S_{eau})^2 \left( 1 - S_{eau}^{\frac{5}{3}} \right)$

$0.5 > x$	
Porosité initiale	0.05
Coefficient de déformabilité $\alpha$	$10^{-11}$
Perméabilité intrinsèque	$10^{-19}$
Courbe de sorption	$S_l(P_c) = \left( 1 + \left( \frac{P_c}{A} \right)^{\frac{1}{1-B}} \right)^{-B}$ $A = 10 * 10^6$ $B = 0.412$
Perméabilité relative au liquide	$k_l^{rel}(S_l) = \left( 1 + (S_l^{-2.429} - 1)^{1.1760} \right)^{-1}$
Perméabilité relative au gaz	$k_g^{rel}(S_l) = (1 - S_l)^2 \left( 1 - S_l^{\frac{5}{3}} \right)$

### 4 Résultats attendus :

On demande les profils de pression de liquide, de pression de gaz et de saturation en liquide aux temps :

- 10s
- 100 s
- 200s
- 1000s
- 5000 s
- 20 000 s
- 100 000 s