

OBJET : conditions initiales hors équilibre

DATE : 28 juillet 2009

Écoulement diphasique avec des conditions initiales hors équilibre : Cas test

Farid Smaï

28 juillet 2009

Il s'agit de simuler un écoulement diphasique en milieu poreux présentant des conditions initiales hors équilibre pour la phase gazeuse. Partant des conditions initiales qui sont hors équilibre, on laisse évoluer le système vers un état d'équilibre. Les effets de la gravité sont négligés. Une déclinaison de l'exercice avec une zone saturée en eau ($p_g = p_l$) en conditions initiales est présentée en section 6.

Les résultats du cas tests sont disponibles sur http://sources.univ-lyon1.fr/cas_test.html

1 Modèle physique

Les hypothèses constitutives du modèles sont les suivantes :

- 2 phases : liquide et gaz

On notera avec les indices l et g les quantités relatives respectivement à la phase liquide et gazeuse. On définit respectivement p_α , S_α et ρ_α la pression, la saturation et la densité massique de la phase $\alpha \in \{g, l\}$. Les saturations vérifient : $S_l + S_g = 1$.

- 2 composants : eau et hydrogène

On notera avec les exposants w et h les quantités relatives respectivement au composant eau et hydrogène. On définit ρ_α^i la densité massique du composant $i \in \{w, h\}$ dans la phase $\alpha \in \{g, l\}$. On a $\rho_\alpha = \rho_\alpha^w + \rho_\alpha^h$ pour $\alpha \in \{g, l\}$.

- Loi de Darcy généralisé pour l'écoulement des phases

La vitesse d'écoulement de la phase $\alpha \in \{g, l\}$, \mathbf{q}_α , est donnée par

$$\mathbf{q}_\alpha = -\mathbb{K} \frac{kr_\alpha(S_\alpha)}{\mu_\alpha} (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g})$$

où \mathbb{K} est le tenseur de perméabilité absolue ; kr_α est la perméabilité relative de la phase α ; μ_α est la viscosité de la phase α ; \mathbf{g} est l'accélération gravitationnelle.

- Diffusion au sein d'une phase

Le flux massique de diffusion du composant i dans la phase α est donné par

$$\mathbf{j}_\alpha^i = -\Phi M^i c_\alpha D_\alpha^i \nabla X_\alpha^i ; i \in \{w, h\}, \alpha \in \{g, l\}$$

où M^i est la masse molaire du composant i ; D_α^i est le coefficient de diffusion moléculaire du composant i dans la phase α ; $c_\alpha = S_\alpha (\rho_\alpha^h/M^h + \rho_\alpha^w/M^w)$ est la concentration molaire de la phase α ; $X_\alpha^i = \frac{S_\alpha \rho_\alpha^i/M^i}{c_\alpha}$ est la fraction molaire du composant i dans la phase α .

- Conservation de la masse pour chaque composant

Le principe de conservation de la masse appliqué à chaque composant s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Phi S_l \rho_l^i + \Phi S_g \rho_g^i) + \text{div} (\rho_l^i \mathbf{q}_l + \rho_g^i \mathbf{q}_g + \mathbf{j}_l^i + \mathbf{j}_g^i) = \mathcal{F}^i ; i \in \{w, h\}$$

où Φ est la porosité de la roche et \mathcal{F}^i la source volumique du composant i . On définit ϕ^w et ϕ^h , les flux massiques respectivement du composant eau et du composant hydrogène, par

$$\phi^i = \rho_l^i \mathbf{q}_l + \rho_g^i \mathbf{q}_g + \mathbf{j}_l^i + \mathbf{j}_g^i ; i \in \{w, h\} .$$

On définit de plus X^w et X^h , les densités massiques moyenne dans le mélange respectivement du composant eau et du composant hydrogène, par

$$X^i = S_l \rho_l^i + S_g \rho_g^i ; i \in \{w, h\} .$$

- Loi de pression capillaire

Les pressions des phases liquide et gazeuse suivent la relation :

$$p_c(S_l) = p_g - p_l .$$

- Loi des gaz parfaits et loi de Dalton pour le mélange de gaz

On suppose que le mélange gazeux se comporte comme un mélange de gaz parfait, ce qui permet d'écrire :

$$p_g = p_g^w + p_g^h \quad ; \quad p_g^i = \frac{\rho_g^i}{M^i} RT , i \in \{w, h\}$$

avec p_g^w et p_g^h les pressions partielles de la vapeur d'eau et de l'hydrogène; R la constante universelle des gaz parfaits et T la température du gaz.

- Equilibre thermodynamique

On considère la loi de Raoult pour la vapeur d'eau

$$p_g^w = \hat{p}_g^w(T) X_l^w$$

où $\hat{p}_g^w(T)$ est la pression de vapeur saturante de l'eau pure à température T . Et on considère la loi de Henry pour l'hydrogène dissout

$$\rho_l^h = H(T) M^h p_g^h$$

où $H(T)$ est la constante de la loi de Henry.

- Ecoulement isotherme

On considère $T = Constante$ dans tout le domaine.

- Hypothèses simplificatrices

On considère les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Eau liquide incompressible : $\rho_l^w = \rho_l^{std} = Constante$.
- Vapeur d'eau négligeable : $\rho_g^w = 0$. Ceci est équivalent à considérer $\hat{p}_g^w(T) = 0$ dans la loi de Raoult.

2 Géométrie

On considère un domaine rectangulaire de dimension L_x et L_y et de frontière Γ (voir figure 1). Le domaine est scindé en deux sous-domaines Ω_1 et Ω_2 , respectivement de longueur L_1 et $(L_x - L_1)$ (voir figure 1).

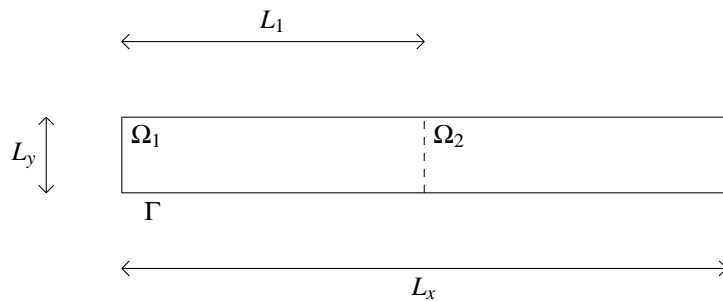


FIGURE 1 – domaine et sous-domaines

3 Conditions limites et conditions initiales

Les termes sources volumiques \mathcal{F}^w et \mathcal{F}^h sont fixés à zéros sur tout le domaine :

$$\mathcal{F}^w = \mathcal{F}^h = 0 .$$

On note ν la normale sortante du domaine. Les conditions limites sont définies par des conditions de flux nuls sur la frontière Γ ,

$$\phi^w \cdot \nu = 0 \quad \text{et} \quad \phi^h \cdot \nu = 0 .$$

Les conditions initiales sont prises uniformes sur chaque sous-domaine Ω_1 et Ω_2 :

$$\begin{aligned} p_l &= p_{l,1} \quad \text{et} \quad p_g = p_{g,1} \quad \text{sur} \quad \Omega_1 , \\ p_l &= p_{l,2} \quad \text{et} \quad p_g = p_{g,2} \quad \text{sur} \quad \Omega_2 . \end{aligned}$$

4 Données physiques

On considère un milieu poreux isotrope homogène, le tenseur de perméabilité absolue est donc de la forme $\mathbb{K} = k$ avec k scalaire. Le modèle de van Genuchten-Mualem fournit l'expression de la pression capillaire et des perméabilités relatives en fonction de la saturation liquide :

$$p_c = P_r \left(S_{le}^{-1/m} - 1 \right)^{1/n}, \quad kr_l = \sqrt{S_{le}} \left(1 - \left(1 - S_{le}^{1/m} \right)^m \right)^2 \quad \text{et} \quad kr_g = \sqrt{1 - S_{le}} \left(1 - S_{le}^{1/m} \right)^{2m}$$

avec $S_{le} = \frac{S_l - S_{lr}}{1 - S_{lr} - S_{gr}}$ et $m = 1 - \frac{1}{n}$

où les paramètres P_r , n , S_{lr} et S_{gr} dépendent du milieu poreux. Les valeurs des paramètres décrivant le milieu poreux ainsi que les caractéristiques des fluides sont donnés dans le tableau 1. La température est fixée à $T = 303 \text{ K}$

Milieu poreux		Caractéristiques des fluides	
Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
k	10^{-16} m^2	D_l^h	$3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$
Φ	0.3 (-)	μ_l	$1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
P_r	$2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	μ_g	$9 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$
n	1.54 (-)	$H(T = 303\text{K})$	$7.65 \cdot 10^{-6} \text{ mol}/\text{Pa}/\text{m}^3$
S_{lr}	0.01 (-)	M_l	$10^{-2} \text{ kg}/\text{mol}$
S_{gr}	0 (-)	M_g	$2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}/\text{mol}$
		ρ_l^{std}	$10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$
		ρ_g^{std}	$8 \cdot 10^{-2} \text{ kg}/\text{m}^3$

TABLE 1 – Valeurs des paramètres du milieu poreux et caractéristiques des fluides

Les paramètres du cas test sont donnés dans le tableau 2.

Paramètre	Valeur
L_x	1 m
L_y	0.1 m
$p_{l,1}$	10^6 Pa
$p_{g,1}$	$1.5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$
$p_{l,2}$	10^6 Pa
$p_{g,2}$	$2.5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$

TABLE 2 – Valeurs des paramètres du cas test

5 Résultats attendus

On propose de présenter les profils de pression du liquide, p_l , de pression du gaz, p_g , et de saturation en liquide, S_l , aux temps : 10 s, 100 s, 500 s, 1000 s, 5000 s, 10000 s, 50000 s, 100000 s, 200000 s, 500000 s et 1000000 s.

6 Déclinaison du cas test

On propose ici une déclinaison du cas test. L'idée est toujours de partir de conditions initiales hors équilibre mais cette fois en mettant en contact un état saturé en eau avec un état insaturé de part et d'autre de l'interface là où la situation présentée précédemment considérait deux états insaturés.

Pour cela on considère les mêmes données que précédemment mais avec

$$p_{g,1} = 10^6 \text{ Pa} .$$

On s'intéressera aux mêmes profils que précédemment.