

# OBJET : apparition/disparition de phase I

DATE : 28 juillet 2009

## Apparition/disparition de phase dans un écoulement diphasique eau/hydrogène en milieu poreux : Injection de gaz dans milieu saturé en eau pure

Farid Smaï

28 juillet 2009

Il s'agit de modéliser et de simuler l'apparition et l'évolution d'un écoulement diphasique eau/hydrogène dans un milieu poreux initialement saturé en eau pure.

Il apparait en effet (voir par exemple l'exercice Couplex-Gaz) certaines difficultés pour prendre en compte dans une même simulation un écoulement présentant des régions insaturées (mélange liquide/gaz) et totalement saturées (liquide seul). On propose donc ici un cas test simple afin d'isoler ce phénomène d'apparition/disparition de la région insaturée. Pour cela on considère une situation "quasi"-1D où les effets de la gravité sont négligés. Le cas test est présenté dans une configuration 2D mais il peut être traité de manière équivalente comme un problème 1D.

Les résultats du cas tests sont disponibles sur [http://sources.univ-lyon1.fr/cas\\_test.html](http://sources.univ-lyon1.fr/cas_test.html)

### 1 Modèle physique

Les hypothèses constitutives du modèles sont les suivantes :

#### - 2 phases : liquide et gaz

On notera avec les indices  $l$  et  $g$  les quantités relatives respectivement à la phase liquide et gazeuse. On définit respectivement  $p_\alpha$ ,  $S_\alpha$  et  $\rho_\alpha$  la pression, la saturation et la densité massique de la phase  $\alpha \in \{g, l\}$ . Les saturations vérifient :  $S_l + S_g = 1$ .

#### - 2 composants : eau et hydrogène

On notera avec les exposants  $w$  et  $h$  les quantités relatives respectivement au composant eau et hydrogène. On définit  $\rho_\alpha^i$  la densité massique du composant  $i \in \{w, h\}$  dans la phase  $\alpha \in \{g, l\}$ . On a  $\rho_\alpha = \rho_\alpha^w + \rho_\alpha^h$  pour  $\alpha \in \{g, l\}$ .

### - Loi de Darcy généralisé pour l'écoulement des phases

La vitesse d'écoulement de la phase  $\alpha \in \{g, l\}$ ,  $\mathbf{q}_\alpha$ , est donnée par

$$\mathbf{q}_\alpha = -\mathbb{K} \frac{kr_\alpha(S_\alpha)}{\mu_\alpha} (\nabla p_\alpha - \rho_\alpha \mathbf{g})$$

où  $\mathbb{K}$  est le tenseur de perméabilité absolue ;  $kr_\alpha$  est la perméabilité relative de la phase  $\alpha$  ;  $\mu_\alpha$  est la viscosité de la phase  $\alpha$  ;  $\mathbf{g}$  est l'accélération gravitationnelle.

### - Diffusion au sein d'une phase

Le flux massique de diffusion du composant  $i$  dans la phase  $\alpha$  est donné par

$$\mathbf{j}_\alpha^i = -\Phi M^i c_\alpha D_\alpha^i \nabla X_\alpha^i ; i \in \{w, h\}, \alpha \in \{g, l\}$$

où  $M^i$  est la masse molaire du composant  $i$  ;  $D_\alpha^i$  est le coefficient de diffusion moléculaire du composant  $i$  dans la phase  $\alpha$  ;  $c_\alpha = S_\alpha (\rho_\alpha^h/M^h + \rho_\alpha^w/M^w)$  est la concentration molaire de la phase  $\alpha$  ;  $X_\alpha^i = \frac{S_\alpha \rho_\alpha^i/M^i}{c_\alpha}$  est la fraction molaire du composant  $i$  dans la phase  $\alpha$ .

### - Conservation de la masse pour chaque composant

Le principe de conservation de la masse appliqué à chaque composant s'écrit

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Phi S_l \rho_l^i + \Phi S_g \rho_g^i) + \text{div} (\rho_l^i \mathbf{q}_l + \rho_g^i \mathbf{q}_g + \mathbf{j}_l^i + \mathbf{j}_g^i) = \mathcal{F}^i ; i \in \{w, h\}$$

où  $\Phi$  est la porosité de la roche et  $\mathcal{F}^i$  la source volumique du composant  $i$ . On définit  $\phi^w$  et  $\phi^h$ , les flux massiques respectivement du composant eau et du composant hydrogène, par

$$\phi^i = \rho_l^i \mathbf{q}_l + \rho_g^i \mathbf{q}_g + \mathbf{j}_l^i + \mathbf{j}_g^i ; i \in \{w, h\} .$$

On définit de plus  $X^w$  et  $X^h$ , les densités massiques moyenne dans le mélange respectivement du composant eau et du composant hydrogène, par

$$X^i = S_l \rho_l^i + S_g \rho_g^i ; i \in \{w, h\} .$$

### - Loi de pression capillaire

Les pressions des phases liquide et gazeuse suivent la relation :

$$p_c(S_l) = p_g - p_l .$$

### - Loi des gaz parfaits et loi de Dalton pour le mélange de gaz

On suppose que le mélange gazeux se comporte comme un mélange de gaz parfait, ce qui permet d'écrire :

$$p_g = p_g^w + p_g^h \quad ; \quad p_g^i = \frac{\rho_g^i}{M^i} RT, i \in \{w, h\}$$

avec  $p_g^w$  et  $p_g^h$  les pressions partielles de la vapeur d'eau et de l'hydrogène ;  $R$  la constante universelle des gaz parfaits et  $T$  la température du gaz.

### - Equilibre thermodynamique

On considère la loi de Raoult pour la vapeur d'eau

$$p_g^w = \hat{p}_g^w(T) X_l^w$$

où  $\hat{p}_g^w(T)$  est la pression de vapeur saturante de l'eau pure à température  $T$ . Et on considère la loi de Henry pour l'hydrogène dissout

$$\rho_l^h = H(T) M^h p_g^h$$

où  $H(T)$  est la constante de la loi de Henry.

### - Ecoulement isotherme

On considère  $T = \text{Constante}$  dans tout le domaine.

### - Hypothèses simplificatrices

On considère les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Eau liquide incompressible :  $\rho_l^w = \rho_l^{std} = \text{Constante}$ .
- Vapeur d'eau négligeable :  $\rho_g^w = 0$ . Ceci est équivalent à considérer  $\hat{p}_g^w(T) = 0$  dans la loi de Raoult.

## 2 Géométrie

On considère un domaine rectangulaire de dimension  $L_x$  et  $L_y$  où l'on distingue 3 types de frontières :  $\Gamma_{in}$ , frontière d'entrée ;  $\Gamma_{out}$ , frontière de sortie ;  $\Gamma_{imp}$ , frontière imperméable (voir figure 1).

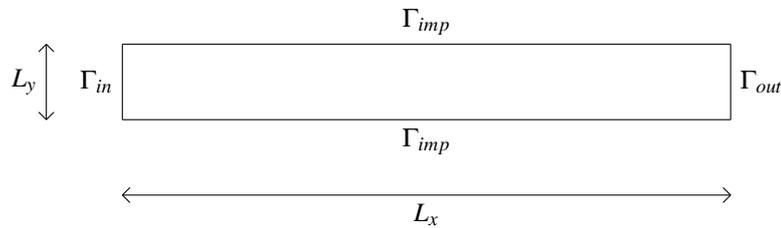


FIGURE 1 – domaine et frontières

## 3 Conditions limites et conditions initiales

Les termes sources volumiques  $\mathcal{F}^w$  et  $\mathcal{F}^h$  sont fixés à zéros sur tout le domaine :

$$\mathcal{F}^w = \mathcal{F}^h = 0 .$$

On note  $\nu$  la normale sortante du domaine. Les conditions limites sont définies par :

– des conditions de flux nuls sur la frontière imperméable  $\Gamma_{imp}$ ,

$$\phi^w \cdot \nu = 0 \quad \text{et} \quad \phi^h \cdot \nu = 0 ;$$

– une injection d’hydrogène pur sur la frontière d’entrée  $\Gamma_{in}$ ,

$$\phi^w \cdot \nu = 0 \quad \text{et} \quad \phi^h \cdot \nu = \begin{cases} Q^h & \text{si } 0 \leq t \leq T_{inj} ; \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} ;$$

– des conditions de Dirichlet (eau liquide pure de pression,  $p_l$ , fixée) sur la frontière de sortie  $\Gamma_{out}$ ,

$$p_l = p_{l,out} \quad \text{et} \quad X^h = 0 .$$

Les conditions initiales considérées correspondent à l’état stationnaire du système sans injection d’hydrogène, il s’agit donc de conditions uniformes vérifiant sur tout le domaine

$$p_l = p_{l,out} \quad \text{et} \quad X^h = 0 .$$

## 4 Données physiques

On considère un milieu poreux isotrope homogène, le tenseur de perméabilité absolue est donc de la forme  $\mathbb{K} = k$  avec  $k$  scalaire. Le modèle de van Genuchten-Mualem fournit l’expression de la pression capillaire et des perméabilités relatives en fonction de la saturation liquide :

$$p_c = P_r \left( S_{le}^{-1/m} - 1 \right)^{1/n}, \quad kr_l = \sqrt{S_{le}} \left( 1 - \left( 1 - S_{le}^{1/m} \right)^m \right)^2 \quad \text{et} \quad kr_g = \sqrt{1 - S_{le}} \left( 1 - S_{le}^{1/m} \right)^{2m}$$

$$\text{avec} \quad S_{le} = \frac{S_l - S_{lr}}{1 - S_{lr} - S_{gr}} \quad \text{et} \quad m = 1 - \frac{1}{n}$$

où les paramètres  $P_r$ ,  $n$ ,  $S_{lr}$  et  $S_{gr}$  dépendent du milieu poreux. Les valeurs des paramètres décrivant le milieu poreux ainsi que les caractéristiques des fluides sont donnés dans le tableau 1. La température est fixée à  $T = 303 \text{ K}$

Milieu poreux		Caractéristiques des fluides	
Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
$k$	$5 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$	$D_l^h$	$3 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$
$\Phi$	0.15 (–)	$\mu_l$	$1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$
$P_r$	$2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$	$\mu_g$	$9 \cdot 10^{-6} \text{ Pa.s}$
$n$	1.49 (–)	$H(T = 303\text{K})$	$7.65 \cdot 10^{-6} \text{ mol/Pa/m}^3$
$S_{lr}$	0.4 (–)	$M_l$	$10^{-2} \text{ kg/mol}$
$S_{gr}$	0 (–)	$M_g$	$2 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$
		$\rho_l^{std}$	$10^3 \text{ kg/m}^3$
		$\rho_g^{std}$	$8 \cdot 10^{-2} \text{ kg/m}^3$

TABLE 1 – Valeurs des paramètres du milieu poreux et caractéristiques des fluides

Les paramètres du cas test ainsi que le temps de simulation,  $T_{simul}$ , sont donnés dans le tableau 2.

Paramètre	Valeur	
$L_x$	200	<i>m</i>
$L_y$	20	<i>m</i>
$\dot{Q}^h$	$5.57 \cdot 10^{-6}$	<i>kg/m<sup>2</sup>/ans</i>
$p_{l,out}$	$10^6$	<i>Pa</i>
$T_{inj}$	$5 \cdot 10^5$	<i>ans</i>
$T_{simul}$	$10^6$	<i>ans</i>

TABLE 2 – Valeurs des paramètres du cas test

## 5 Indicateurs

On propose de présenter les indicateurs suivants :

- Position du front de saturation au cours du temps ;
- Flux sortant en  $\Gamma_{out}$  des composants eau et hydrogène ;
- Valeurs en  $\Gamma_{in}$  des pressions liquide et gazeuse au cours du temps ;
- Valeurs en  $\Gamma_{in}$  de la saturation de gaz au cours du temps.