

## Réunion sur les cas tests diphasiques, Paris, 23 octobre 2010

Résultats obtenus avec *Code\_Aster* sur une  
sélection de cas tests  
&  
proposition de nouveaux cas tests

**O. Angelini** et S. Granet



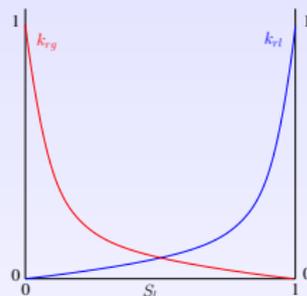
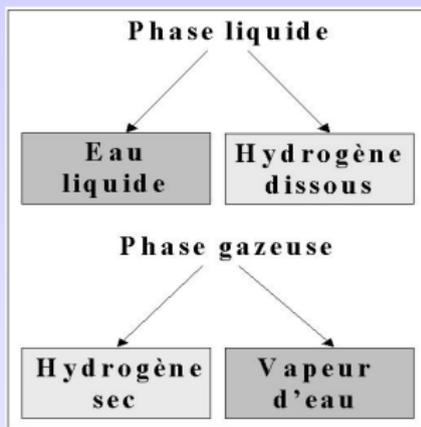
# Sommaire

- 1 Modélisation des écoulements diphasiques
- 2 Formulation globale saturé/insaturé
- 3 Cas tests du GNR MOMAS
  - Problème 1
  - Problème 4
- 4 Proposition d'un cas test
- 5 Conclusions

# Modélisation des écoulements diphasiques

## Rappel des hypothèses :

- 2 constituants  $c = \{w, h\}$  dans 2 phases  $p = \{l, g\}$
- Notation :  $X_p^c$
- La saturation :  $S_l(P_c)$
- La pression capillaire :  $P_c(S_l) = P_g - P_l$
- Les perméabilités relatives :  $k_{rp}(S_p)$
- Loi de Darcy :  $\mathbf{q}_p = -\frac{\mathbf{k}k_{rp}}{\mu_p}[\nabla P_p - \rho_p \mathbf{g}]$
- Loi de Fick :  $\mathbf{J}_p^c = -\varphi M^c S_p D_p(S_p) c_p \nabla X_p^c$
- Loi d'Henry :  $\rho_l^h = H(T) M^h P_g^h$



# Modélisation des écoulements diphasiques

- Mesure massique :  $m_p^c = \rho_p^c \varphi S_p$
- Conservation de la masse :

$$\begin{cases} \frac{\partial m_l^w}{\partial t} + \frac{\partial m_g^w}{\partial t} + \operatorname{div} \left( \rho_l^w \mathbf{q}_l + \rho_g^w \mathbf{q}_g + \mathbf{J}_l^w + \mathbf{J}_g^w \right) = 0 \\ \frac{\partial m_l^h}{\partial t} + \frac{\partial m_g^h}{\partial t} + \operatorname{div} \left( \rho_l^h \mathbf{q}_l + \rho_g^h \mathbf{q}_g + \mathbf{J}_l^h + \mathbf{J}_g^h \right) = 0, \end{cases}$$

- Difficulté : trouver une formulation globale pour modéliser l'apparition et la disparition de la phase gazeuse pour des écoulements miscibles et immiscibles.

# Formulation globale saturé/insaturé

- Choix de variables adapté aux écoulements miscible et immiscible est crucial
- Les jeux de variables courants sont :  $(P_l, P_g)$ ,  $(P_c, P_g)$  et  $(P_l, S_l)$ 
  - ▶ Cas immiscible :  $(P_l, P_g)$  ou  $(P_c, P_g)$  contraint à toujours garder une quantité de gaz non nulle sinon dégénérescence de la conservation de la masse de gaz dans le cas saturé ( $P_g$  non pas définie)
  - ▶ Cas miscible :  $(P_l, S_l)$  oblige à réaliser un changement d'inconnues principales

⇒ Formulation globale basée sur un choix d'inconnues pertinent pour les problèmes miscibles/immiscibles en saturé/insaturé

# Formulation globale saturé/insaturé

- **Idée** : Extension de la loi de Henry au cas saturé :

$$\boxed{H(T).M^h(P_l + P_c) - \rho_l^h \geq 0} \Rightarrow \begin{cases} \text{Si } S_l < 1 \text{ alors } H(T).M^h.P_g = \rho_l^h \\ \text{Si } S_l = 1 \text{ alors } H(T).M^h.P_l \geq \rho_l^h \end{cases}$$

⇓

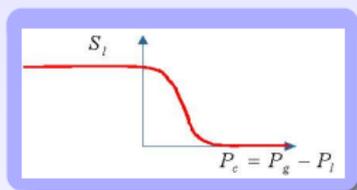
$$(1 - S_l) \left( H(T).M^h(P_l + P_c) - \rho_l^h \right) = 0$$

- **Idée** : Changement de variable lorsque  $S_l = 1$ :

$$\boxed{\tilde{P}_g = \frac{\rho_l^h}{H(T).M^h}} \quad \text{et} \quad \boxed{\tilde{P}_g - P_l \leq 0}$$

Prolongement de la courbe de pression capillaire :

$$\tilde{P}_c(S_l) \leq 0 \Leftrightarrow S_l(\tilde{P}_c < 0) = 1$$



# Formulation globale saturé/insaturé

- Ecoulement miscible (vapeur d'eau négligé) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial [\varphi \rho_l^w S_l]}{\partial t} - \operatorname{div} \left[ \frac{\rho_l^w \mathbf{k} k_{rl}}{\mu_l} \nabla P_l + \varphi M^w S_l D_l c_l \nabla X_l^w \right] = 0 \\ \frac{\partial [\varphi [\tilde{P}_g H M^h S_l + \rho_g^h S_g]]}{\partial t} - \operatorname{div} \left[ \frac{\rho_g^h \mathbf{k} k_{rg}}{\mu_g} \nabla P_g + \tilde{P}_g H M^h \frac{\mathbf{k} k_{rl}}{\mu_l} \nabla P_l \right. \\ \left. + \varphi M^h S_l D_l H \nabla \tilde{P}_g \right] = 0 \end{array} \right.$$

- ▶ Avantages :

- $\partial \varphi [\tilde{P}_g H M^h S_l + \rho_g^h S_g] / \partial P_g$  ne s'annule pas quand  $S_l = 1$
- le coefficient de  $\nabla \tilde{P}_g$  ne s'annule pas ( $D_l > 0$ )

- Ecoulement immiscible :

- ▶  $H$  très petit et  $D_l = 0$  : pas de dégénérescence

# Formulation globale saturé/insaturé

- En résumé : jeu d'inconnues  $(\tilde{P}_c, \tilde{P}_g)$  adapté permettant de traiter les écoulements miscibles et immiscibles avec apparition et disparition de la phase gazeuse

## Pression de gaz

$$\tilde{P}_g = \begin{cases} P_g & \text{Si } S_l < 1 \\ \frac{\rho_l^h}{H(T).M^h} & \text{Si } S_l = 1 \end{cases}$$

## Pression capillaire

$$\tilde{P}_c = \begin{cases} P_c & \text{Si } S_l < 1 \\ \tilde{P}_g - P_l & \text{Si } S_l = 1 \end{cases}$$

# Cas tests proposés dans le cadre du GNR MOMAS

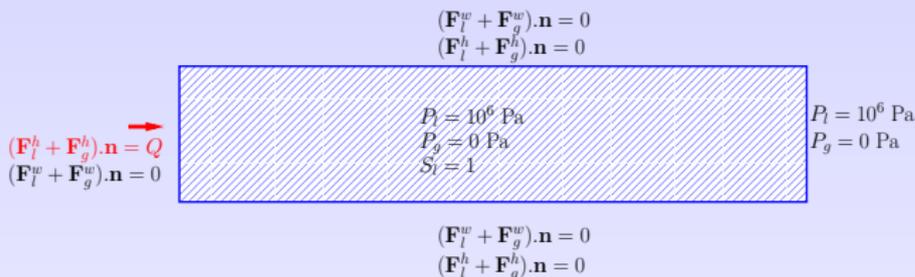
- Pb 1 : Injection de gaz dans un milieu poreux homogène initialement
  - ▶ saturé (a)
  - ▶ partiellement saturé (b) .
- Pb 2 : Injection de gaz dans un milieu poreux hétérogène saturé en eau. ( $\Rightarrow$  *pas encore effectué avec Code\_Aster*)
- Pb 3 : Injection de gaz dans un milieu poreux homogène mais possédant des conditions initiales hors équilibre ( $\Rightarrow$  *variante en 2D effectuée avec Code\_Aster*).
- Pb 4 : Evolution d'un écoulement immiscible dans deux matériaux hétérogènes saturé en eau à gauche de l'interface et partiellement désaturé à droite .

# Données communes aux cas tests

- Discrétisation implicite en temps du système d'edp en espace/temps,
- Résolution du système non linéaire par la Méthode de Newton,
- Discrétisation spatiale par la méthode Volumes Finis SUSHI,
- Utilisation du Code de mécanique d'EDF, *Code\_Aster*.

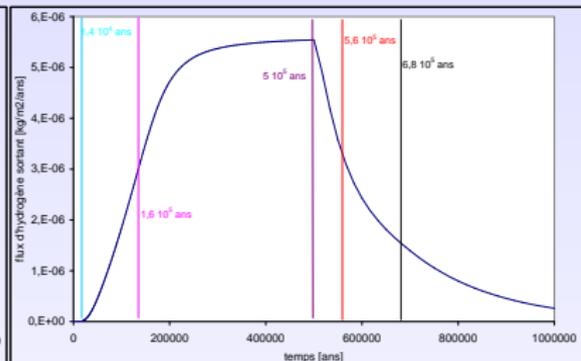
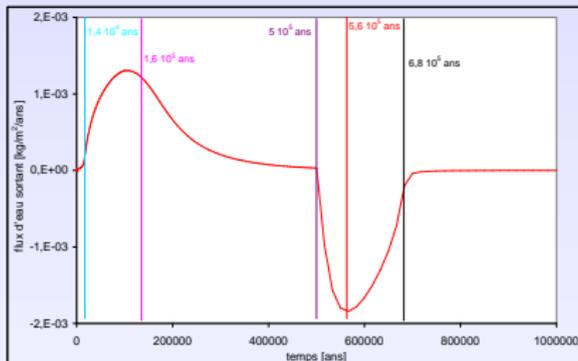
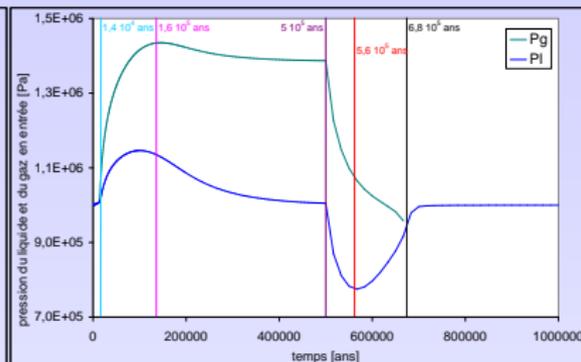
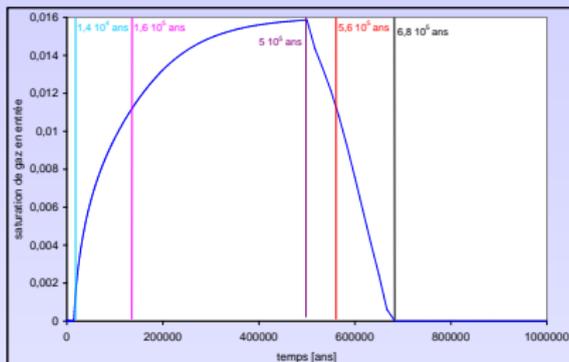
# Problème 1a : Injection de gaz dans un milieu poreux homogène initialement saturé en eau

**Objectif** : traitement de l'apparition puis de la disparition de la phase gazeuse



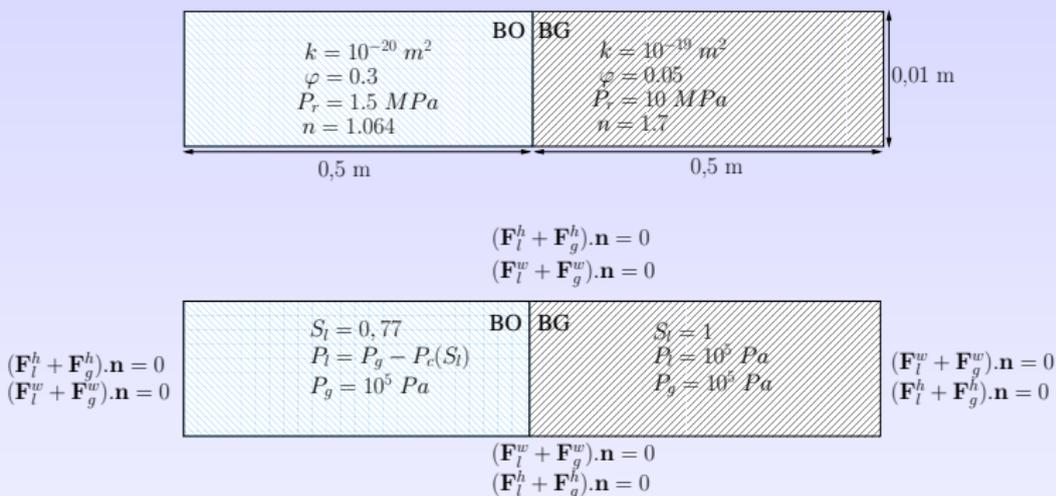
- Ecoulement partiellement miscible et incompressible,
- Modèle de Van Genuchten-Mualem pour relier  $k_{rp}$  et  $P_c$  à  $S_l$ ,
- Discrétisation spatiale : 200 rectangles uniformes,
- Discrétisation temporelle : 465 pas de temps variant de 1j à 16 666 ans.

# Résultats



# Problème 4 : Evolution d'un écoulement immiscible à travers un bi-matériau

**Objectif** : traitement de fortes hétérogénéités des propriétés physiques et des conditions initiales en saturation



- Ecoulement immiscible et incompressible,
- Modèle de Van Genuchten pour la pression capillaire :

$$P_c(S_l) = P_r(S_e^{-\frac{1}{m}} - 1)^{\frac{1}{n}}$$

- Modèle de Brooks and Corey pour la perméabilité du gaz :

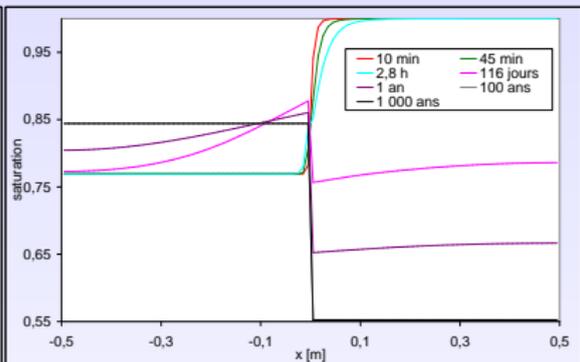
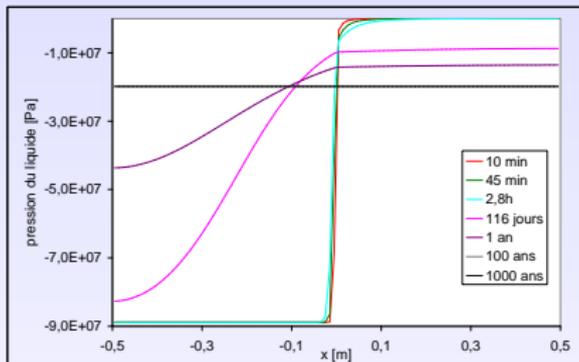
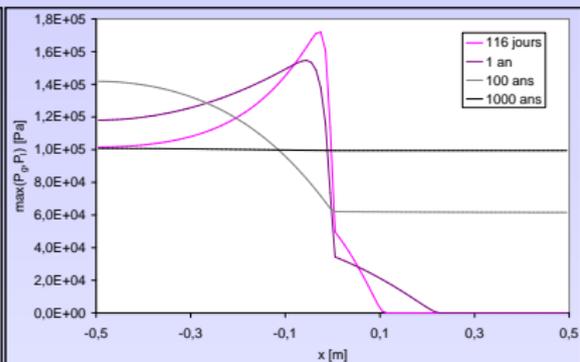
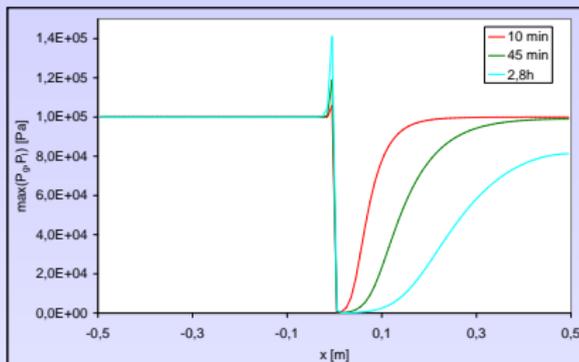
$$k_{rg}(S_l) = [1 - S_e]^2[1 - S_e]^{\frac{5}{3}}$$

- La perméabilité du liquide est énoncée de la manière suivante :

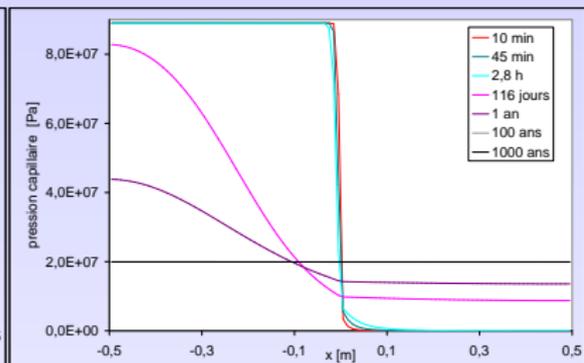
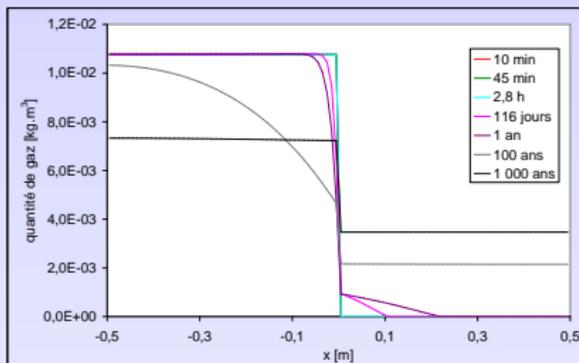
$$k_{rl}(S_l) = [1 + 0.25 * [S_l^{-16.67} - 1]^{1.88}]^{-0.5}$$

- Discrétisation spatiale : 500 rectangles uniformes,
- Discrétisation temporelle : 1721 pas de temps variant de 50 s à 5000 s.

# Résultats

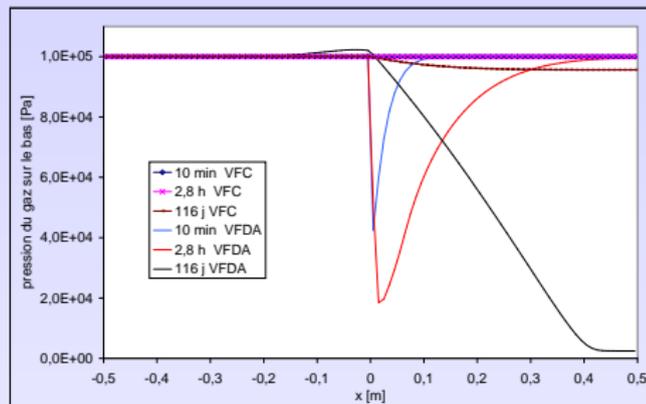


# Résultats



## Propositions de 2 variantes

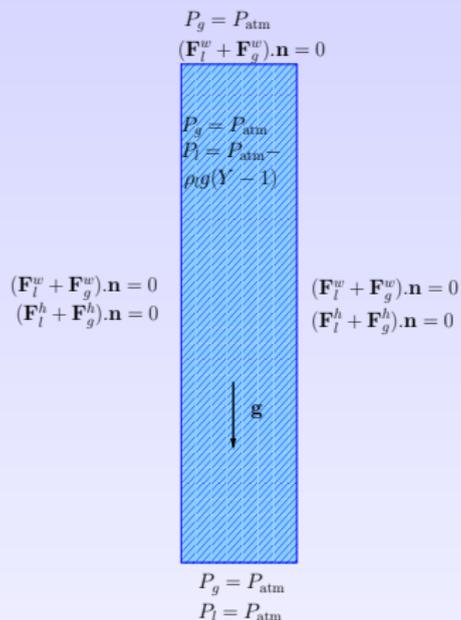
- Utilisation de la loi de Van Genuchten pour relier  $k_{rg}$  à  $S_l$



- ▶ Mise en évidence de l'interêt du décentrage des mobilités
- Modification des CI en pression de gaz dans BG :  $P_g = 0$  Pa

# Drainage d'une colonne d'eau par gravité

## Objectif : traitement de la gravité



- Ecoulement immiscible compressible,
- Lois reliant  $k_{rp}$ ,  $P_c$  à  $S_l$

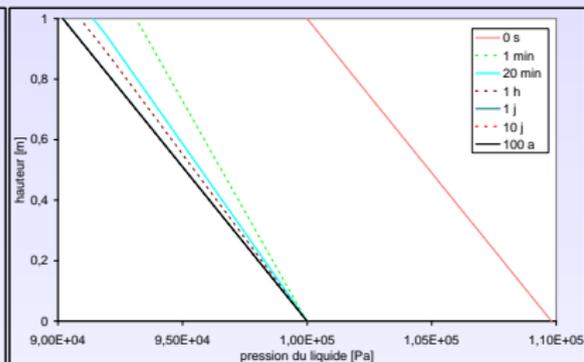
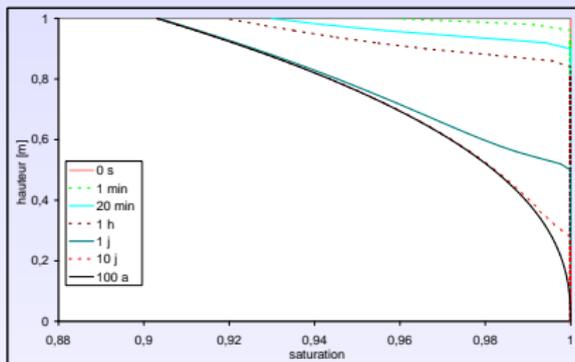
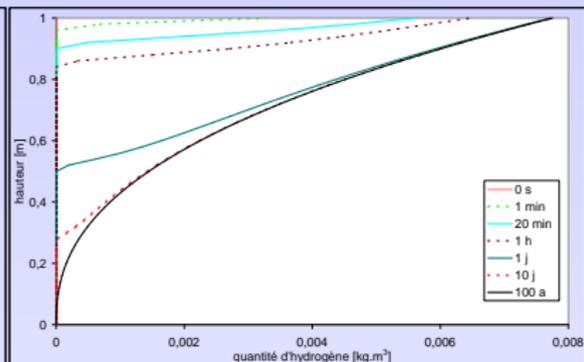
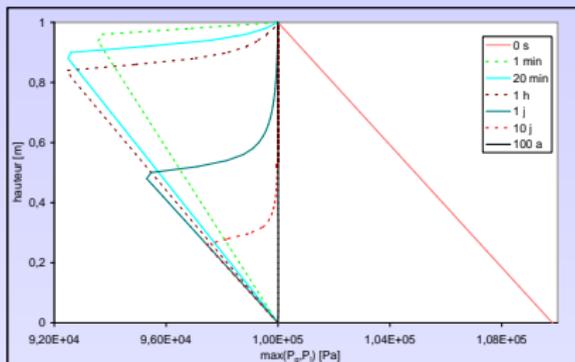
$$S_l(P_c) = 1 - 1.97 \times 10^{-11} P_c^{2.4279}$$

$$k_{rg}(S_l) = [1 - S_e]^2 [1 - S_e]^{\frac{5}{3}}$$

$$k_{rl}(S_l) = 1 - 2.207(1 - S_l)^{0.953}$$

- Discrétisation spatiale : 50 rectangles uniformes,
- Discrétisation temporelle : 198 pas de temps variant de 0,5 s à 1680 s.

# Résultats



# Conclusions et perspectives

## ● Conclusions

- ▶ Réalisation de cas tests simples permettant de traiter chaque problème physique séparément,
- ▶ Nouvelle formulation permet de traiter correctement l'apparition et la disparition de la phase gazeuse,
- ▶ Schéma SUSHI décentré amont : résultats corrects pour tous les cas tests,
- ▶ Schéma EF : résultats corrects pour tous les cas tests,
- ▶ Schéma SUSHI centré : résultats incorrects pour certains cas tests.

## ● Perspectives

- ▶ Ajout de nouveaux cas tests ?
- ▶ Etudes de solveur,
- ▶ Comparaison des temps CPU.