

T.D. de Mathématiques Module F112
Polynômes

1. Effectuer la division euclidienne de A par B :

$$\begin{array}{ll} a) A(x) = 2x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 3x + 2 & B(x) = x^3 + x^2 + x + 1 \\ b) A(x) = x^3 - 3ix - 5(1 + i) & B(x) = x - 1 + i \end{array}$$

2. Trouver le reste de la division euclidienne de A par B où :

$$\begin{array}{l} a) A(x) = (\cos \theta + x \sin \theta)^n \text{ et } B(x) = x^2 + 1 \\ b) A(x) = (x - 3)^{2n} + (x - 2)^n - 2 \text{ et } B(x) = (x - 2)(x - 3) . \end{array}$$

3. Montrer que $x^{6n+2} + x^{3n+1} + 1$ est divisible par $x^2 + x + 1$ pour tout $n \geq 0$.

Donner le quotient pour $n = 1$.

4. Effectuer la division selon les puissances croissantes de A par B à l'ordre indiqué :

$$\begin{array}{ll} a) A(x) = 1 - x & B(x) = 1 + x^2 \quad \text{ordre } 3 \\ b) A(x) = 1 + x & B(x) = 1 - x^2 + x^4 \quad \text{ordre } 4 \end{array}$$

5. Factoriser dans $\mathbb{C}[X]$:

$$\begin{array}{ll} a) P_1(x) = x^3 + 1 & b) P_2(x) = x^4 - j \\ c) P_3(x) = x^6 - 1 & d) P_4(x) = x^6 + 1 \\ e) P_5(x) = x^8 - 2x^6 + 5x^4 - 8x^2 + 4 & f) P_6(x) = x^6 + (1 + 2i)x^4 + (1 + 2i)x^2 + 2i \end{array}$$

6. Factoriser dans $\mathbb{R}[X]$:

$$\begin{array}{ll} a) P_1(x) = x^3 + 1 & b) P_2(x) = x^8 + x^4 + 1 \\ c) P_3(x) = x^4 + 4 & d) P_4(x) = x^6 + x^5 + 3x^4 + 2x^3 + 3x^2 + x + 1 \\ e) P_5(x) = (x^2 - 2x)^2 + (x^2 + x - 1)^2 & \end{array}$$