

Outils Mathématiques pour l'Ingénieur 1 (OMI 1)

Examen final, janvier 2015

Durée 2h - Calculatrices interdites, une page de notes manuscrites autorisée

Exercice 1.

a) Donner toutes les solutions $y(t)$ (avec leur intervalle de définition) de l'équation différentielle à variables séparées suivante:

(1)
$$y' = 3t^2(y^2 - 3y + 2), \quad t \in \mathbb{R}.$$

b) Trouver la solution de l'équation (1) satisfaisant la condition initiale

$$y(1) = 1.$$

c) Trouver la solution de l'équation (1) satisfaisant la condition initiale

$$y(1) = -2.$$

Exercice 2.

a) Trouver toutes les solutions $y = y(t)$ de l'équation différentielle linéaire homogène d'ordre 3

(2)
$$y^{(3)} - 4y' = 0$$

b) Trouver une solution particulière de l'équation différentielle linéaire non homogène

(3)
$$y^{(3)} - 4y' = 2t^2 + 4$$

Indication: On pourra chercher une telle solution particulière comme un polynôme de degré 3.

c) Trouver la solution de (3) satisfaisant en plus les conditions initiales

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0.$$

Exercice 3.

On considère la paramétrisation $\gamma : [0, \pi] \mapsto \mathbb{R}^2$ donnée par

$$\gamma(t) = (3 \cos(2t), 3 \sin(2t)) \quad \forall t \in [0, \pi].$$

Soit $F : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$ le champ de vecteurs défini par

$$F(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, 1) \quad \forall (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2.$$

a) Préciser quelle est la courbe associée à γ .

b) Calculer $\int_{\gamma} F(x) \cdot dx$ (la circulation de F sur γ).