

Contôle Continu 1 (45 minutes)

Exercice 1 Étudier la convergence des intégrales suivantes :

(a) $\int_0^1 e^{\frac{1}{t}} dt$

(b) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} dx.$

Exercice 2 Soit $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite de fonctions définies sur $]0; \infty[$ par :

$$f_n(x) = \frac{\sin(x^n)}{x^n} \frac{1}{1+x^2}.$$

1. Calculer la limite simple de $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
2. Calculer la limite quand $n \rightarrow \infty$ de $\int_0^\infty f_n(x) dx.$

Exercice 3 En appliquant le changement de variables $x = \ln(t)$ calculer l'intégrale

$$\int_{-\infty}^0 \frac{e^x}{\sqrt{e^x + 1}} dx.$$