

Veillez à bien noircir les cases.

Codez votre numéro d'étudiant ci-contre → et écrivez votre nom et prénom ci-dessous :

Nom et prénom :  
.....

Attention à ne pas vous tromper, toute erreur invalide la copie !

<input type="checkbox"/>	0																
<input type="checkbox"/>	1																
<input type="checkbox"/>	2																
<input type="checkbox"/>	3																
<input type="checkbox"/>	4																
<input type="checkbox"/>	5																
<input type="checkbox"/>	6																
<input type="checkbox"/>	7																
<input type="checkbox"/>	8																
<input type="checkbox"/>	9																

### Math4 – Préparation 1 du QCM1 du 25-28 Février 2020

**Règlement** – L'épreuve dure 30 minutes. Les calculatrices et les documents sont interdits. **Les téléphones portables doivent être éteints et rangés.**

Les questions ont toutes une seule bonne réponse, qui vaut **2 points** (pour les 2 questions de cours simple) ou **3 points** (pour les autres 6 questions).

Attention, il y a 2 questions de cours pour lesquelles une réponse fausse vaut **-2 points**.

Cochez une seule réponse par question.

**Question 1** [3 points] Laquelle parmi les intégrales suivantes est convergente ?

- $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^3} dt$      
  $\int_0^1 \frac{1}{t^3} dt$      
  $\int_0^1 \frac{1}{t} dt$      
  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{t} dt$

**Question 2** [3 points] Quel est le développement limité à l'ordre 2 de  $f(x) = (1+x)^{1/3}$  en  $x \rightarrow 0$  ?

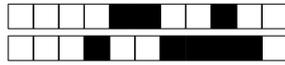
- $1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + o(x^2)$      
  $1 - \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + o(x^2)$      
  $1 - \frac{x}{3} + \frac{x^2}{9} + o(x^2)$      
  $-\frac{x}{3} + o(x^2)$   
  $1 + \frac{x}{3} + \frac{x^2}{9} + o(x^2)$      
  $\frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + o(x^2)$      
  $-\frac{x}{3} + \frac{x^2}{9} + o(x^2)$      
  $\frac{x}{3} + o(x^2)$

**Question 3** Que vaut l'intégrale  $I = \int_1^x \frac{\cos(t)+1}{t} dt$  pour  $x > 1$  ?

- $I = \sin(1) - \frac{\sin(x)}{x} + \int_1^x \frac{\sin(t)+t}{t^2} dt$      
  $I = \frac{\sin(x)}{x} - \sin(1) + \int_1^x \frac{\sin(t)+t}{t^2} dt$   
  $I = \sin(1) - \frac{\sin(x)}{x} + \int_1^x \frac{\sin(t)+t}{t^2} dt$      
  $I = \frac{\cos(x)}{x} - \cos(1) - \int_1^x \frac{\cos(t)-t}{t^2} dt$   
  $I = \cos(1) - \frac{\cos(x)}{x} - \int_1^x \frac{\cos(t)-t}{t^2} dt$      
  $I = \cos(1) - \frac{\cos(x)}{x} - \int_1^x \frac{\cos(t)-t}{t^2} dt$   
  $I = \frac{\cos(x)}{x} - \cos(1) - \int_1^x \frac{\cos(t)-t}{t^2} dt$      
  $I = \frac{\sin(x)}{x} - \sin(1) + \int_1^x \frac{\sin(t)+t}{t^2} dt$

**Question 4** Quelle est la nature de l'intégrale suivante  $\int_1^{+\infty} \frac{\cos(t)+1}{t} dt$  ?

- convergente     
 absolument convergente     
 divergente     
 aucune des autres réponses



**Question 5** [3 points] Si on peut appliquer le théorème de dérivation à l'intégrale à paramètre

$$F(p) = \int_0^{+\infty} e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} dx,$$

quel résultat obtiendra-t-on pour la dérivée de  $F$  ?

- |                          |  |                          |   |
|--------------------------|--|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | $F'(p) = -\int_0^{+\infty} p e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} dx$ | <input type="checkbox"/> | $F'(p) = \int_0^{+\infty} e^{-(1+x)p} \cos(x) dx$   |
| <input type="checkbox"/> | $F'(p) = -\int_0^{+\infty} p e^{-(1+x)p} \cos(x) dx$             | <input type="checkbox"/> | $F'(p) = \int_0^{+\infty} p e^{-(1+x)p} \cos(x) dx$ |
| <input type="checkbox"/> | $F'(p) = \int_0^{+\infty} p e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} dx$  | <input type="checkbox"/> | $F'(p) = -\int_0^{+\infty} e^{-(1+x)p} \cos(x) dx$  |

**Question 6** [3 points] Quelle domination peut-on utiliser pour montrer la continuité de l'intégrale à paramètre

$F(p) = \int_0^{+\infty} e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} dx$  pour  $p \geq 1$  ?

- |                          |   |                          |   |                          |   |
|--------------------------|---|--------------------------|---|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | $e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \leq \frac{1}{1+x}$                | <input type="checkbox"/> | $\left  e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \right  \leq e^{-x}$                | <input type="checkbox"/> | $\left  e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \right  \leq e^{-(1+x)p}$ |
| <input type="checkbox"/> | $e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \leq \frac{\cos(x)}{1+x}$          | <input type="checkbox"/> | $e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \leq \cos(x)$                              | <input type="checkbox"/> | $\left  e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \right  \leq  \cos(x) $   |
| <input type="checkbox"/> | $\left  e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \right  \leq \frac{1}{1+x}$ | <input type="checkbox"/> | $\left  e^{-(1+x)p} \frac{\cos(x)}{1+x} \right  \leq \frac{ \cos(x) }{1+x}$ | <input type="checkbox"/> | aucune des autres réponses  |

**Question 7** Parmi les fonctions suivantes, laquelle est équivalente à  $f(x) = x^2 - x \sin(x)$  en  $x \rightarrow 0$  ?

- |                          |                  |                          |                 |                          |                 |                          |             |                          |   |                          |                  |                          |                  |
|--------------------------|------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|-----------------|--------------------------|-------------|--------------------------|---|--------------------------|------------------|--------------------------|------------------|
| <input type="checkbox"/> | $-\frac{x^3}{2}$ | <input type="checkbox"/> | $\frac{x^4}{6}$ | <input type="checkbox"/> | $\frac{x^4}{3}$ | <input type="checkbox"/> | $x^2 - x^2$ | <input type="checkbox"/> | 0 | <input type="checkbox"/> | $-\frac{x^4}{3}$ | <input type="checkbox"/> | $-\frac{x^4}{6}$ |
|                          |                  |                          |                 | <input type="checkbox"/> | $-x$            |                          |             |                          |   |                          |                  |                          |                  |

**Question 8** Quelle est la nature de l'intégrale suivante  $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{t}}{(1+t)^2} dt$  ?

- |                          |  |                          |   |
|--------------------------|--|--------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> | convergente en 0 et convergente en $+\infty$ | <input type="checkbox"/> | divergente en 0 et divergente en $+\infty$  |
| <input type="checkbox"/> | convergente en 0 et divergente en $+\infty$  | <input type="checkbox"/> | divergente en 0 et convergente en $+\infty$ |