Université Claude Bernard Lyon 1 — UE Analyse I
Licence STS Math-Info - 1ère année — Printemps 2012

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 2 – 7 mai 2012

Réglement – L'épreuve dure une heure. Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés. Les téléphones portables doivent être éteints. Les documents distribués en cours non annotés sont acceptés.

Entre crochets [ ] est indiqué le barème sur 20 points.

Exercice 1. [4 pts]
Soit $\alpha \in \mathbb{N}^*$. En utilisant uniquement la définition d'une limite, montrer que :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n^\alpha} = 0.$$

Exercice 2. [9 pt]
Étudier l'existence d'une limite pour les suites suivantes et, si elle existe, calculer cette limite.

a) $u_n = \frac{2n^2+n+3}{n^3+4}$

b) $u_n = \frac{2n^2+n+3}{n^2+4}$

c) $u_n = 1 + \frac{1}{2012} + (\frac{1}{2012})^2 + ... + (\frac{1}{2012})^n$

Exercice 3. [7 pts]

a) Donner la définition d'une suite de Cauchy.

b) Soit $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $\alpha > 1$ et soit $(u_n)_{n \leq 0}$ la suite de terme général $u_n = \sum_{i=0}^{n} \frac{cosi}{\alpha^i}$.
Montrer que $(u_n)_{n \leq 0}$ converge en utilisant le critère de Cauchy.