# CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 2 – 14 avril 2011

**Réglement** – L'épreuve dure 30 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices. Notes personnelles et documents sont autorisés. Les téléphones portables doivent être éteints.

Entre crochets [ ] est indiqué le barème sur 20 points.

**QCM.** [**5**] – Répondre par "vrai" ou "faux", sans justifier.

**1.** [**1**] – Si on reparamétrise une courbe régulière, la courbe obtenue peut ne pas être régulière.

**2.** [**1**] – Une courbe paramétrée avec accélération nulle ne peut pas être régulière.

**3.** [**1**] – Une courbe paramétrée avec accélération nulle a une courbure nulle.

**4.** [**1**] – Si une courbe est paramétrée par longueur d'arc, en tout point son vecteur accélération est perpendiculaire à son vecteur vitesse.

**5.** [**1**] – Le vecteur vitesse et le vecteur accélération d'une courbe plane régulière forment toujours une base du plan.

**Exercice.** [**15**] – On considère la courbe $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^2$ donnée par $\gamma(t) = (\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t)$ pour tout $t \in \mathbb{R}$, où l'on rappelle que

$$\operatorname{ch} t = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{sh} t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}.$$

**1.** [**2**] – Trouver l'équation cartésienne du support $\Gamma$ de $\gamma$ et dessiner la courbe.

**2.** [**2**] – Déterminer les points réguliers de $\gamma$.

**3.** [**2**] – Trouver les points de la courbe où le vecteur accélération est perpendiculaire au vecteur vitesse.

**4.** [**3**] – Calculer la courbure de $\gamma$. Montrer que la valeur maximale de la courbure est 1.

**5.** [**3**] – Trouver les points de la courbe où le rayon de courbure vaut $2\sqrt{2}$.

**6.** [**3**] – La courbe $\alpha : ]0, \infty[ \longrightarrow \mathbb{R}^2$ donnée par $\alpha(u) = \left(\frac{u}{2} + \frac{1}{2u}, \frac{u}{2} - \frac{1}{2u}\right)$ a-t-elle le même support $\Gamma$ de la courbe $\gamma$ ?
Si c'est le cas, trouver la reparamétrisation $u = u(t)$ telle que $\gamma(t) = \alpha(u(t))$.
Sinon, dire quelle est la différence entre les deux courbes.