CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 – 12 mai 2011

Réglement – L'épreuve dure 30 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices. Notes personnelles et documents sont autorisés. Les téléphones portables doivent être éteints.

Entre crochets [ ] est indiqué le barème sur 20 points.

QCM. [**5**] – Répondre par "vrai" ou "faux", sans justifier.

1. [**1**] – Le vecteur binormal d'une courbe plane régulière est toujours nul.

2. [**1**] – Si γ est une courbe paramétrée birégulière, le plan osculateur de γ en $\gamma(t)$ est le plan engendré par les vecteurs $\gamma'(t)$ et $\gamma''(t)$.

3. [**1**] – Le plan osculateur de γ en $\gamma(t)$ est engendré par les vecteurs $\gamma'(t)$ et $\gamma''(t)$ même si γ n'est pas birégulière en $\gamma(t)$ (mais elle est régulière).

4. [**1**] – Si la torsion d'une courbe birégulière γ n'est pas nulle au point $\gamma(t)$, le vecteur $\gamma'''(t)$ n'appartient pas au plan osculateur à γ en $\gamma(t)$.

5. [**1**] – Une courbe régulière γ suit un arc de cercle situé dans un plan horizontal, dans le sense horaire. À l'instant t, elle quitte le cercle et se dirige vers le haut. Alors la torsion de γ au point $\gamma(t)$ est negative.

Exercice. [**15**] – On considère la courbe $\gamma : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$ donnée par $\gamma(t) = (t, \frac{3}{2}\, t^2, \frac{3}{2}\, t^3)$ pour tout $t \in \mathbb{R}$.

1. [**1**] – Trouver deux équations cartésiennes (en x, y et z) qui décrivent le support Γ de γ.

2. [**1**] – Déterminer les points réguliers de γ.

3. [**3**] – Trouver une abscisse curviligne $s(t)$. Calculer la longueur de γ entre $\gamma(0)$ et $\gamma(10)$.

4. [**4**] – Calculer la courbure de γ. Déterminer les points biréguliers de γ.

5. [**3**] – Calculer la torsion de γ.

6. [**3**] – Déterminer les vecteur tangent, normal et binormal de γ.