CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 1

Règlement – L'épreuve dure 25 minutes. Il est interdit d'utiliser des calculatrices et de consulter des notes. Les téléphones portables doivent être éteints. Toutes les feuilles doivent être rendues.

Dans tout ce qui suit, le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et est donc indiqué par $\mathbb{R}^2$.

Question 1.– L'ensemble $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 + 4x^2 \geq 1\}$ est :

(a) un ouvert (b) un fermé (c) un compact (d) une ellipse

Question 2.– Le fonction $f(x, y) = \sqrt{\ln(x^2 + y^2)}$ a pour domaine de définition :

(a) $\mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\}$ (b) $]0, +\infty[$ (c) $\mathbb{R}^2$ (d) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2 \geq 1 - y^2\}$

Question 3.– Pour la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x, y) \mapsto -x - 9y^2 + 1$, les lignes de niveau $\mathcal{L}_k$, avec $k \in \mathbb{R}$, sont :

(a) des droites (b) des paraboles (c) des ellipses (d) des hyperboles

Question 4.– Soient $f(x, y) = (\cos^2(x), \sin^2(y))$ et $g(x, y) = (y, x)$ deux applications de deux variables. Leur composée $f \circ g$ est l'application :

(a) $(x, y) \mapsto (\cos^2(x), \sin^2(x))$ (b) $(x, y) \mapsto (\cos^2(x), \sin^2(y))$ (c) $(x, y) \mapsto (\cos^2(y), \sin^2(x))$

(d) composition impossible

Question 5.– Soient $F(x, y) = (x - y, x + y)$ et $G(x, y) = \mathrm{e}^y$ deux applications de deux variables. Leur composée $G \circ F$ est l'application :

(a) $(x, y) \mapsto \mathrm{e}^x + \mathrm{e}^y$ (b) $(x, y) \mapsto \mathrm{e}^x \times \mathrm{e}^y$ (c) $(x, y) \mapsto (\mathrm{e}^{x-y}, \mathrm{e}^{x+y})$

(d) composition impossible

Question 6.– La dérivée partielle par rapport à x de la fonction $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto \sqrt{\mathrm{e}^{x-y}(3+\cos(x)+\cos(xy))}$, est :

(a) $(x,y) \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x-y}(3+\cos(x)+\cos(xy)-\sin(x)-y\sin(xy))}{2\sqrt{e^{x-y}(3+\cos(x)+\cos(xy))}}$

(b) $(x,y) \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x-y}(-\sin(x)-y\sin(xy))}{2\sqrt{e^{x-y}(3+\cos(x)+\cos(xy))}}$ (c) $(x,y) \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x-y}(3+\cos(x)-\sin(x))}{2\sqrt{e^{x-y}(3+\cos(x)+\cos(xy))}}$

(d) aucune des trois réponses précédentes

Question 7.– La dérivée directionnelle de l'application $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto \sin(xy)$, dans la direction $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$ est :

(a) $(x,y) \mapsto (2x-y)\cos(xy)$ (b) $(x,y) \mapsto -(-y+2x)\cos(xy)$ (c) $(x,y) \mapsto (2y-x)\cos(xy)$

(d) aucune des trois réponses précédentes

Question 8.– Le gradient de la fonction $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^{x+y}}{1+x^2+y^2}$, au point $(1,1)$ vaut :

(a) $(\frac{\mathrm{e}}{2}, \frac{e}{2})$ (b) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ (c) $(0,0)$

(d) aucune des trois réponses précédentes

Question 9.– La différentielle de la fonction $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $(x,y) \mapsto \cos(\sqrt{x^2+y^2+1})$ calculée au point $(1,0)$ vaut :

(a) $-\dfrac{2x\sin(\sqrt{x^2+y^2+1})}{\sqrt{x^2+y^2+1}}\,dx - \dfrac{2y\sin(\sqrt{x^2+y^2+1})}{\sqrt{x^2+y^2+1}}\,dy$ (b) $\begin{pmatrix} 2/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

(c) $-\dfrac{\sin(\sqrt{2})}{\sqrt{2}}\,dx$

(d) aucune des trois réponses précédentes

◇ – ◇

RÉPONSES

Date : **Numéro étudiant :**

NOM : **Prénom :**

Questions	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Vos réponses									

Question de cours.– Donner la définition de la différentielle d'une fonction à plusieurs variables.
Réponse :

PAGES POUR LES CALCULS

Date :	**Numéro étudiant :**
NOM :	**Prénom :**