

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 4 – Vendredi 23 mai 2014

Règlement – L'épreuve dure 1 heure. Les calculatrices sont interdites. Il est admis de consulter les fiches distribuées en cours et des notes personnelles qui tiennent sur une page recto-verso. Les téléphones portables doivent être éteints.

Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points.

Question 1 – Quelle est l'aire du domaine délimité par l'hyperbole d'équation $y = \frac{2}{x+1}$ et par la droite d'équation $y = -x + 2$?

- (a) $12 - 2 \ln 2$ (b) $12 - \ln 4$ (c) $\frac{3}{2} - 2 \ln 2$ (d) $\frac{3}{2} + \ln 4$

Question 2 – Quelle est l'aire du domaine délimité par les droites d'équations $y = x + 1$, $y = -x + 3$ et $y = 1$?

- (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) $\frac{3}{2}$

Question 3 – Quel est le centre de gravité du quart de disque homogène $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$?

- (a) $\left(\frac{4}{3\pi}, -\frac{4}{3\pi}\right)$ (b) $\left(-\frac{4}{3\pi}, \frac{4}{3\pi}\right)$ (c) $\left(-\frac{4\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right)$ (d) $\left(\frac{4\pi}{3}, -\frac{4\pi}{3}\right)$

Question 4 – Quelle expression donne le volume de $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + 3y^2 + z^2 \leq 1\}$?

- (a) $\int_{-1}^1 \int_{-\frac{1}{3}\sqrt{1-x^2}}^{\frac{1}{3}\sqrt{1-x^2}} \int_{-\sqrt{1-x^2-3y^2}}^{\sqrt{1-x^2-3y^2}} dz dy dx$ (b) $\int_{-1}^1 \int_{-\sqrt{\frac{1-x^2}{3}}}^{\sqrt{\frac{1-x^2}{3}}} 2\sqrt{1-x^2-2y^2} dy dx$
- (c) $\int_{-\sqrt{1-3y^2-z^2}}^{\sqrt{1-3y^2-z^2}} \int_{-\frac{1}{3}\sqrt{1-x^2-z^2}}^{\frac{1}{3}\sqrt{1-x^2-z^2}} \int_{-\sqrt{1-x^2-3y^2}}^{\sqrt{1-x^2-3y^2}} dx dy dz$ (d) $\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (x^2+3y^2+z^2) dz dy dx$

Question 5 – Quel est le jacobien du changement de variable $(u, v) = h(x, y)$, où u et v sont définies sur le demi-plan $x + y > 0$ par $u = \ln(x + y)$ et $v = xy^5$?

- (a) $xy^5 \ln(x + y)$ (b) $\frac{y^5}{x + y}$ (c) $\frac{5xy^4}{x + y}$ (d) $\frac{(5x - y)y^4}{x + y}$

