Université Claude Bernard Lyon 1 **PCSI L1 - UE Math 2**

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 4 – Vendredi 23 mai 2014

Règlement – L'épreuve dure 1 heure. Les calculatrices sont interdites. Il est admis de consulter les fiches distribuées en cours et des notes personnelles qui tiennent sur une page recto-verso. Les téléphones portables doivent être éteints.

Les questions ont une seule bonne réponse, qui vaut 2 points.

Question 1 – Quelle est l'aire du domaine délimité par l'hyperbole d'équation $y = \frac{3}{x+1}$ et par la droite d'équation $y = -x + 3$?

(a) $3\ln 3$ (b) $2 - 3\ln 3$ (c) $2 + \ln 9$ (d) $-\ln 27$

Question 2 – Quelle est l'aire du domaine délimité par les droites d'équations $y = x-1$, $y = -x+1$ et $y = 1$?

(a) $\dfrac{3}{2}$ (b) 1 (c) 2 (d) 4

Question 3 – Quel est le centre de gravité du quart de disque homogène $D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1,\ x \geq 0,\ y \leq 0\right\}$?

(a) $\left(\dfrac{4}{3\pi}, -\dfrac{4}{3\pi}\right)$ (b) $\left(-\dfrac{4}{3\pi}, \dfrac{4}{3\pi}\right)$ (c) $\left(-\dfrac{4\pi}{3}, \dfrac{4\pi}{3}\right)$ (d) $\left(\dfrac{4\pi}{3}, -\dfrac{4\pi}{3}\right)$

Question 4 – Quelle expression donne le volume de $D = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + 5z^2 \leq 1\right\}$?

(a) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(x^2+y^2+5z^2)\,dz\,dy\,dx$

(b) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{\frac{1-x^2}{5}}}^{\sqrt{\frac{1-x^2}{5}}} 2\sqrt{1-x^2-5z^2}\,dz\,dx$

(c) $\displaystyle\int_{-\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2-y^2}}^{\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2-y^2}}\int_{-\sqrt{1-x^2-5z^2}}^{\sqrt{1-x^2-5z^2}}\int_{-\sqrt{1-y^2-5z^2}}^{\sqrt{1-y^2-5z^2}} dx\,dy\,dz$

(d) $\displaystyle\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{-\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2-y^2}}^{\frac{1}{5}\sqrt{1-x^2-y^2}} dz\,dy\,dx$

Question 5 – Quel est le jacobien du changement de variable $(u,v) = h(x,y)$, où u et v sont définies sur le demi-plan $x + y > 0$ par $u = \ln(x+y)$ et $v = x^3y^2$?

(a) $\dfrac{3x^2y^2}{x+y}$ (b) $\dfrac{2x^3y}{x+y}$ (c) $\dfrac{x^2y(2x-3y)}{x+y}$ (d) $x^3y^2\ln(x+y)$

Question 6 – Quelle expression donne l'intégrale $\iiint_D z^2(x^2+y^2)\ dx\ dy\ dz$, où $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+y^2 \leq 3,\ 0 \leq z \leq 5\}$?

(a) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \int_0^{2\pi} \int_0^5 z^2\rho^2\ dz\ d\theta\ d\rho$

(b) $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} \int_0^{2\pi} \int_0^5 z^2\rho^3\ dz\ d\theta\ d\rho$

(c) $\displaystyle\int_0^{3} \int_0^{2\pi} \int_0^5 z^2\rho^3\ dz\ d\theta\ d\rho$

(d) $\displaystyle\int_0^{3} \int_0^{2\pi} \int_0^5 z^2\rho\ dz\ d\theta\ d\rho$

Question 7 – Quelle est la circulation du champs de vecteur $\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}}\, f$, où $f(x,y) = \dfrac{\cos(xy)}{x+y}$, sur le segment de droite allant du point $(0, \pi/2)$ au point $(1, \pi/2)$?

(a) $-\dfrac{2}{\pi}$ (b) $-\dfrac{\pi}{2}$ (c) $\dfrac{2}{\pi}$ (d) $\dfrac{\pi}{2}$

Question 8 – Quelle est la circulation du champ de vecteur $\vec{V}(x,y) = \dfrac{3x}{y}\ \vec{i} - (x+2y^2)\ \vec{j}$ sur la courbe paramétrée $\gamma(t) = (e^{2t}, e^t)$ pour $t \in [0,1]$?

(a) 0 (b) $\dfrac{2(e^3-1)}{3}$ (c) $\dfrac{3(e^3-1)}{3}$ (d) $\dfrac{5(e^3-1)}{3}$

Question 9 – Quel est le flux du champ de vecteurs $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{U}$, où $\vec{U}(x,y,z) = \dfrac{x^2+z^2}{y}\ \vec{k}$, à travers le disque vertical D entouré par le cercle $C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2+z^2 = 1,\ y = 5\}$?

(a) $2\pi + \dfrac{1}{5}$ (b) $\dfrac{2\pi}{5}$ (c) 0 (d) $\dfrac{1}{25}$

Question 10 – Quel est le flux du champ de vecteurs $\vec{V}(r,\theta,\varphi) = r\ \vec{e_r}$ à travers la surface S qui entoure le cube $D = [0,1]^3$ de $\mathbb{R}^3$?

(a) 3 (b) 24 (c) 4π (d) 12π

Numéro étudiant :

NOM : **Prénom :**

Questions	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Réponses										