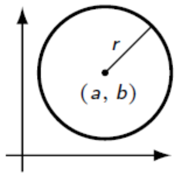
Coniques : cercle, ellipse

Définition : Une conique est une courbe plane obtenue en prenant l'intersection entre un cône de révolution et un plan. Analytiquement, on définit une conique comme l'ensemble des points du plan vérifiant l'équation

$$\boxed{ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0} \qquad (a, b, c) \neq (0, 0, 0).$$

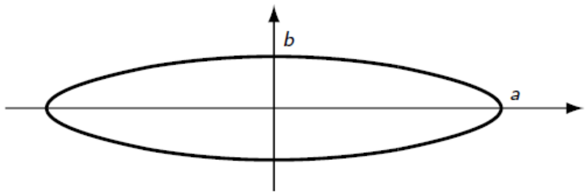
- **Cercle** : $\boxed{(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2}$

  centre (a, b), rayon r



- **Ellipse** : $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1}$

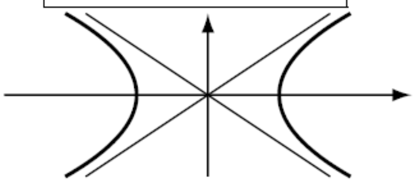
  centre $(0, 0)$, axes $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.



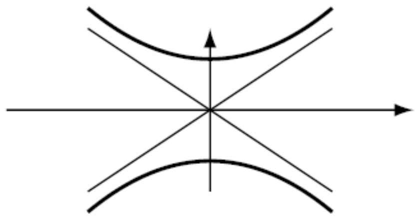
Coniques : hyperbole, parabole

- **Hyperbole** : $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = \pm 1}$ centre $(0, 0)$, axes $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$,asymptotes $y = \pm \dfrac{b}{a} x$

  cas $+1$:

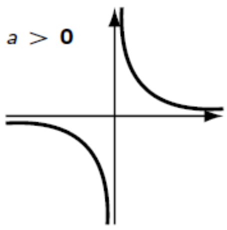


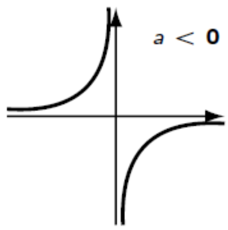
  cas -1 :



  ou bien : $\boxed{y = \dfrac{a}{x}}$

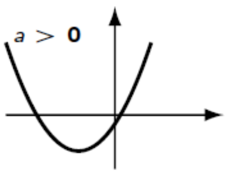
  centre $(0, 0)$, asymptotes $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$

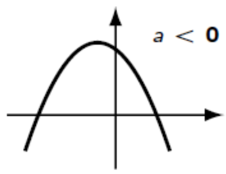




- **Parabole** : $\boxed{y = ax^2 + bx + c}$

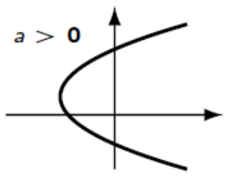
  axe parallèle à $\vec{\jmath}$

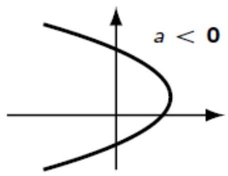




  ou bien : $\boxed{x = ay^2 + by + c}$

  axe parallèle à $\vec{\imath}$





Surfaces Quadriques

Les surfaces quadriques sont les surfaces de l'espace euclidien de dimension 3 qui sont définies comme suit :

Quadrique : $\boxed{\mathcal{Q} = \left\{(x, y, z) \mid f(x, y, z) = 0\right\}}$, avec $f(x, y, z)$ un polynôme de degré 2.

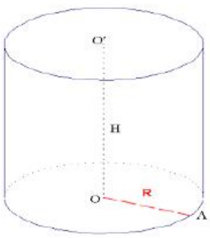
Quadriques les plus connues :

- **Cylindre** : $\boxed{x^2 + y^2 = r^2}$
- **Cône** : $\boxed{x^2 + y^2 = z^2}$
- **Sphère** : $\boxed{x^2 + y^2 + z^2 = r^2}$
- **Ellipsoïde** : $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} + \dfrac{z^2}{c^2} = 1}$
- **Hyperboloïde à une nappe** : $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1}$
- **Hyperboloïde à deux nappes** : $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} - \dfrac{z^2}{c^2} = 1}$
- **Paraboloïde** : $\boxed{z = xy}$

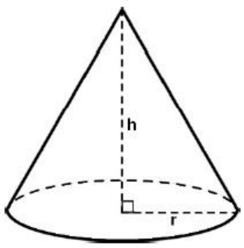
  ou bien : $\boxed{z = x^2 + y^2}$

Quelques images de surfaces quadriques

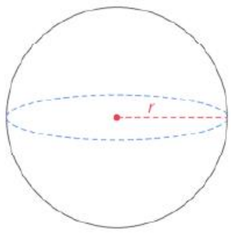
Cylindre



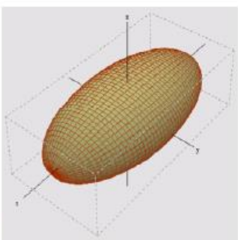
Cône



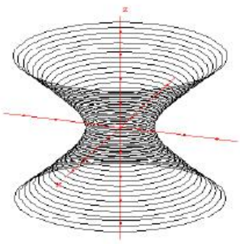
Sphère



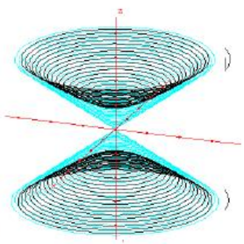
Ellipsoïde



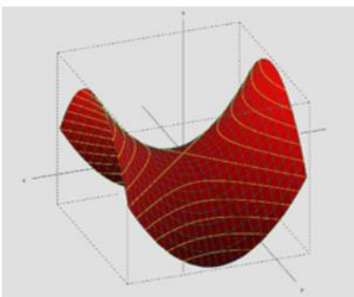
Hyper 1



Hyper 2



Paraboloïde hyp.



Paraboloïde ellip.