

LICENCE 1ère ANNÉE – PORTAIL PCSI
TECHNIQUES MATHÉMATIQUES DE BASE

EXAMEN FINAL

Mardi 3 juin 2008. Durée de l'épreuve : 2h

Il est interdit d'utiliser des calculatrices et de consulter documents, notes de cours et de TD.

Exercice 1 (Taylor). Trouver le polynôme de Taylor à l'ordre 2 de la fonction

$$f(x) = \arcsin(3x)$$

autour de $x_0 = 0$.

Exercice 2 (Intégrale). Calculer l'intégrale

$$\int_4^9 \frac{dx}{\sqrt{x}(1-x)}$$

avec le changement de variable $t = \sqrt{x}$.

Exercice 3 (Équation différentielle du 1er ordre). Résoudre l'équation différentielle

$$y'(x) = \frac{1}{x+1} y(x) + (x+1)^2 e^x$$

pour tout $x > 0$.

Exercice 4 (Équation différentielle du 2ème ordre). Résoudre l'équation différentielle

$$y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = e^{3x}.$$

Exercice 5 (Géométrie).

1. Dans le plan \mathbf{R}^2 muni d'un repère orthonormé, soit Δ la droite d'équation $5x - 2y + 3 = 0$. Déterminer une équation cartésienne de la droite orthogonale à Δ qui passe par le point $(1, 2)$.
2. Dans l'espace \mathbf{R}^3 muni d'un repère orthonormé, soit π le plan d'équation $2x - 3y + z + 2 = 0$. Déterminer un vecteur \vec{n} normale au plan π et une équation cartésienne du plan parallèle à π et passant par le point $A = (1, 1, -2)$.