

FICHE 5 - EXERCICES SUR PRIMITIVES ET INTEGRALES**EXERCICES OBLIGATOIRES****Exercice 1** Calculer les primitives et intégrales des fractions rationnelles suivantes :

a) $\int \frac{2x+2}{x^2+2x+2} dx,$	b) $\int \frac{dx}{x^2+2x+2},$
c) $\int \frac{dx}{4+9x^2},$	d) $\int \frac{dx}{4-9x^2},$
e) $\int \frac{x}{(x+1)^3} dx,$	f) $\int \frac{x^3-2x}{x+1} dx,$
g) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4+1},$	h) $\int \frac{dx}{x^4+x^2+1},$
i) $\int \frac{x^3-1}{4x^3-x} dx,$	j) $\int \frac{x^3-1}{4x^3+x} dx.$

Exercice 2 Calculer par parties les intégrales ou primitives suivantes :

a) $\int_0^1 x e^{-x} dx,$	b) $\int \cos^2 x dx,$	c) $\int \ln x dx,$
d) $\int \sin(\ln x) dx,$	e) $\int_0^{\pi/2} x^2 \cos(3x) dx,$	f) $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx,$
g) $\int x^2 \ln x dx,$	h) $\int_0^1 \arctan x dx,$	i) $\int_0^1 x \arctan^2 x dx,$
j) $\int x \arctan x dx,$	k) $\int_1^2 \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx,$	l) $\int \sin(3x) \cos(5x) dx.$

Exercice 3 Calculer les primitives ou intégrales suivantes en utilisant un changement de variable :

a) $\int \sin x \cos x dx,$	b) $\int \cos^3 x dx,$	c) $\int \tan x dx,$
d) $\int \tan^2 x dx,$	e) $\int \frac{dx}{\cos x},$	f) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\cos x + \sin x},$
g) $\int \sqrt{1-x^2} dx,$	h) $\int \sqrt{1+x^2} dx,$	i) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}},$
j) $\int \frac{x}{\sqrt{2x-x^2}} dx,$	k) $\int \frac{dx}{\operatorname{ch} x},$	l) $\int_0^1 \frac{\arctan x}{1+x^2} dx,$
m) $\int \frac{dx}{x \ln x },$	n) $\int_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx,$	o) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{(x+2)(3-x)}}.$

EXERCICES FACULTATIFS

Exercice 4 Calculer les primitives et intégrales des fractions rationnelles suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \int \frac{x^2 - 5x + 9}{x^2 - 5x + 6} dx, & \text{b)} & \int \frac{5x + 2}{x^3 - 5x^2 + 4x} dx, & \text{c)} & \int_1^2 \frac{dx}{x(x+1)^2}, \\ \text{d)} & \int \frac{5x^2 + 6x + 9}{(x-3)^2(x+1)^2} dx, & \text{e)} & \int \frac{2x-3}{(x^2-3x+2)^3} dx, & \text{f)} & \int \frac{dx}{4x^2 - 4x - 3}. \end{array}$$

Exercice 5 Calculer par parties les intégrales ou primitives suivantes :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \int x \sin(2x) dx, & \text{b)} & \int e^x \cos x dx, & \text{c)} & \int_{-1}^1 (x^2 + 5x + 6) \cos(2x) dx, \\ \text{d)} & \int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx, & \text{e)} & \int_0^{\pi/2} \cos x \ln(1 + \cos x) dx, & \text{f)} & \int \frac{\ln|1+2x|}{x^2} dx. \end{array}$$

Exercice 6 Calculer les primitives ou intégrales suivantes en effectuant le changement de variable indiqué.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} & \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-2}} \quad (x = \frac{1}{t}), \\ \text{b)} & \int_0^1 \frac{dx}{e^x + 1} \quad (x = -\ln t), \\ \text{c)} & \int x(5x^2 - 3)^7 dx \quad (t = 5x^2 - 3), \\ \text{d)} & \int_2^3 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}} \quad (t = \sqrt{x+1}), \\ \text{e)} & \int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2} \quad (x = \tan u), \\ \text{f)} & \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3 + 2\cos x} \quad (u = \tan \frac{x}{2}), \\ \text{g)} & \int \frac{dx}{\sqrt{e^{2x}-1}} \quad (u = e^{-x}), \\ \text{h)} & \int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^3} dx \quad (u = \sqrt{1+x^3}), \\ \text{i)} & \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{6 - 5\sin x + \sin^2 x} dx \quad (u = \sin x), \\ \text{j)} & \int_0^1 \arcsin \frac{2x}{1+x^2} dx \quad (x = \tan u). \end{array}$$

Exercice 7 Calculer les primitives ou intégrales suivantes en utilisant un changement de variable :

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \int_0^1 \frac{1+x}{1+\sqrt{x}} dx, & \text{b)} & \int \sin^3(x) dx, & \text{c)} & \int (x+2) \sin(x^2 + 4x - 6) dx, \\ \text{d)} & \int \frac{dx}{\sin x \cos x}, & \text{e)} & \int \frac{dx}{\operatorname{ch} x \operatorname{sh} x}, & \text{f)} & \int_0^1 \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}} dx, \\ \text{g)} & \int_0^1 \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx, & \text{h)} & \int_1^4 \frac{x}{\sqrt{4x+2}} dx, & \text{i)} & \int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx, \\ \text{j)} & \int \frac{dx}{\operatorname{ch} x}, & \text{k)} & \int_2^3 \frac{dx}{x\sqrt{1+x}}, & \text{l)} & \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{(x+2)(3-x)}}, \\ \text{m)} & \int \frac{dx}{x \tan(\ln|x|)}, & \text{n)} & \int_0^1 \arcsin^2 x dx, & \text{o)} & \int_1^2 \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \frac{dx}{x}. \end{array}$$