Université Claude Bernard Lyon 1 PCSI L2 UE MATH4
Année 2016-2017
Printemps 2017

FICHE TD 5 - Transformation de Laplace

La transformée de Laplace de la fonction f est

$$\mathcal{L}(f)(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t) dt$$

Exercice 1 Par calcul explicit trouver la transformée de Laplace de :

(a) $f(t) = te^{6t}$, (b) $f(t) = e^{-t}\sin 2t$

En se ramenant aux résultats connus trouver la transformée de Laplace de :

(c) $f(t) = e^{\gamma t}\sin(\alpha t)\cos(\beta t)$, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$

Exercice 2 [*Valeur initiale et finale*] Soit $f(t) = e^{\gamma t}\cos(t)$. Déterminer

$\lim\limits_{s\to 0} s\mathcal{L}(f)(s)$ et $\lim\limits_{s\to+\infty} s\mathcal{L}(f)(s)$, pour $\gamma < 0$ et $\gamma \geq 0$.

Exercice 3 [*Inversion de la transformation de Laplace*] Trouver la fonction f, tel que $\mathcal{L}(f)(s) = Y(s)$ où

(a) $Y(s) = \dfrac{7s-25}{s^2-7s+12}$, (b) $Y(s) = \dfrac{2s-5}{s^2+4s+8}$, (c) $Y(s) = \dfrac{s+4}{(s-2)^3}$, (d) $Y(s) = \dfrac{s^2-3s+3}{s^3-3s^2+4s-2}$

Exercice 4 [*Équations différentielles linéaires avec conditions initiales*] En utlisant la transformation de Laplace résoudre pour f l'équation

(a) $f''(t) - 3f'(t) + 2f(t) = e^{3t}$, $f(0) = 1, f'(0) = 0$

(b) $f''(t) - 2f'(t) + 2f(t) = \cos(t)$, $f(0) = 1, f'(0) = 0$