Titre: Statistiques de permutations sur les groupes de réflexions complexes
Contact: Riccardo Biagioli (la thèse pourrait commencer en cotutelle avec Jiang Zeng)
Mél: biagioli@math.univ-lyon1.fr
Page personnelle: http: //math.univ-lyon1.fr/˜biagioli

Un groupe de réflexions complexes sur un espace vectoriel V est un groupe engendré par des "pseudo-réflexions", c'est-à-dire des transformations linéaires de V d'ordre fini qui stabilisent un hyperplan. Un groupe W est engendré par "pseudo-réflexions" si et seulement si l'algèbre des invariants $\mathbb{C}[V]^W$ est un anneau polynomial. Ces groupes ont été classifiés par Chevalley : il y a une seule famille infinie et exactement 34 groupes de réflexions complexes exceptionnels. Les groupes de Weyl apparaissent tous comme des cas particuliers. Récemment, ils ont reçu beaucoup d'attention à la suite des travaux de Broué sur leur rôle dans la théorie des représentation des groupes réductifs finis. L'unique famille infinie est notée $G(r, p, n)$ où r, p, n sont des entiers positifs et $p \mid r$. Les éléments de $G(r, p, n)$ ont une jolie interprétation combinatoire en termes de permutations colorées. En effet, ces éléments peuvent être représentés comme des permutations, où chaque entrée est associée à une couleur. Cela permet l'utilisation de techniques combinatoires pour travailler sur ces groupes.

Le projet de recherche consiste en une étude de type "combinatoire des groupes de Coxeter" de $G(r, p, n)$. Il est formé d'une partie plus algébrique et d'une partie plus combinatoire.

Comme les groupes de Coxeter, les groupes de réflexions complexes ont des présentations en termes de générateurs et relations, qui ont été représentées par des diagrammes de type "Dynkin" par Broué, Malle et Rouquier. Les questions suivantes sont naturelles. Quelle est la définition correcte de l'ordre de Bruhat pour ces groupes ? Quand est-ce que deux éléments peuvent être comparés dans cet ordre ? Y a-t-il une interprétation combinatoire de cela ? Quelle est la longueur d'une expression réduite d'un élément par rapport aux diagrammes de Broué, Malle et Rouquier ? Y a-t-il une formule explicite pour cette fonction longueur ?

Dans [2] Adin, Roichman et Shwartz ont défini un nouveau système de générateurs ordonné pour $G(r, p, n)$. De cet objet on peut déduire la définition d'une statistique equidistribuée avec l'indice majeur. L'indice majeur est une importante statistique sur le groupe définie de façon combinatoire mais ayant plusieurs rôles dans la théorie des représentations du groupe. Est-ce qu'il y a une interprétation combinatoire de cette nouvelle statistique ? On se propose d'étudier le lien entre ce nouvel objet, la longueur, et l'indice majeur. D'un point de vue combinatoire énumérative, plusieurs fonctions génératrices associées avec ces statistiques et d'autres statistiques naturelles sur le groupe $G(r, p, n)$ doivent être calculées.

Récemment Haglund et Stevens [6] ont défini une statistique "INV" pour les tableaux standards equidistribuée avec l'indice majeur "MAJ" pour les tableaux, en généralisant une célèbre "application de Foata" pour les permutations. Plus précisément, soit f la transformation sur les tableaux standards avec la propriété INV $f(T) = \text{MAJ } T$ pour tout tableau standard T. On envisage d'étudier les propriétés de l'application f en utilisant la correspondance de Robinson-Schensted et de généraliser cette correspondance et les statistiques impliquées à des tableaux standards naturellement associés aux groupes de réflexions complexes.

References

[1] R.M. Adin, Y. Roichman, *The Flag Major Index and Group Actions on Polynomial Rings*. Eur. J. Comb. 22(4): 431-446 (2001)

[2] R.M. Adin, Y. Roichman, and R. Shwartz, *Major indices and perfect Mahonian bases for complex reflection groups*. Preprint (2007).

[3] E. Bagno and R. Biagioli, *Colored-descent representations for complex reflection groups*. Israel J. Math. to appear.

[4] M. Broué, G. Malle and R. Rouquier, *Complex reflection groups, braid groups, Hecke algebras*, J. Reine Angew. Math. 500 (1998), 127-190.

[5] D. Foata and G.-N. Han, *Signed words and permutations, I; A fundamental transformation*. Proc. Amer. Math. Soc., 135, (2007), pp. 31-40.

[6] J. Haglund and L. Stevens, *An extension of the Foata map to Standard Tableaux*. Séminaire Lotharingien de Combinatoire, B56c (2006), 15 pp.