

Proposition de sujet de thèse de Mathématique

par

J.-M. Morvan, U.M.R.5028, Lyon 1

et

X. Pennec & H. Delingette, Équipe Asclepios, INRIA Sophia-Antipolis

MODÉLISATION STATISTIQUE DES SURFACES ANATOMIQUES DANS LES IMAGES MÉDICALES

Le but de ce sujet de thèse est de proposer d'établir un cadre statistique rigoureux pour la modélisation des surfaces anatomiques dans les images médicales. Le problème principal est de modéliser la probabilité d'une surface (ou plus généralement d'une variété lisse) à partir d'un échantillonnage bruité structuré ou non. Une telle mesure de probabilité permettrait de mieux résoudre des applications très variées (reconstruction, interpolation, fusion, lissage de surfaces bruitées...). Contrairement aux approches "déterministes" issues par exemple de la géométrie algorithmique, cette approche "probabiliste" prendrait intrinsèquement en compte la nature bruitée des données, et serait donc beaucoup plus robuste.

Le travail consistera à développer des techniques d'estimation de la surface moyenne ou optimale, ce qui devrait permettre d'obtenir des algorithmes de lissage et de fusion de surfaces, voire une notion de représentation multi-échelle de celles-ci. Pour garantir la généralité de l'approche, on étudiera trois applications en utilisant les bases de données du projet Asclepios dirigé par N. Ayache (I.N.R.I.A. Sophia Antipolis) où quelques centaines de données sont disponibles :

- la modélisation de la forme de la mandibule, à partir d'images 3D scanner X (CT),
- celle de la forme du foie, également à partir d'images 3D scanner X (CT),
- et celle de la forme du cortex dans des images IRM.

Sujet détaillé

La gestion de l'incertitude sur les données géométriques est un problème ancien et difficile. En vision par ordinateur, il a été successivement abordé

dans [26],[8], [2] sans toutefois qu'émerge une théorie garantissant une cohérence globale. La principale difficulté réside dans le fait que les données géométriques (comme par exemple des points orientés utilisés pour représenter un élément de surface) sont la plupart du temps non vectorielles et que les techniques statistiques classiques conduisent à des paradoxes [20]. Comme l'a montré X. Pennec, on peut toutefois utiliser avec succès le cadre de la géométrie riemannienne pour construire des outils statistiques consistants sur des primitives géométriques.

Il n'existe pas à l'heure actuelle de modélisation statistique des surfaces vraiment satisfaisante. Les travaux qui s'en rapprochent concernent les fonctions aléatoires de la forme $z = f(x, y)$, mais ils font jouer un rôle très différent aux paramètres x, y et à la valeur z , ce qui n'est évidemment pas acceptable en théorie géométrique des surfaces. Il existe cependant des travaux plus appliqués basés sur la notion de "saillance" (que l'on peut interpréter comme la "vraisemblance" d'un élément de courbe et de surface) et qui produisent des résultats remarquables en reconstruction de surface [15], complétion de contour [30] et segmentation d'images 2D [31]. Si l'efficacité de ces méthodes a été récemment prouvée par Granger [12], il reste cependant de nombreuses pistes théoriques à explorer pour aboutir à une théorie statistique "complète" des surfaces. Voici deux pistes :

- Les travaux de J. P. Wintgen, J. Fu [9], [10], et plus récemment J.M. Morvan, B. Thibert et D. Cohen Steiner [17], [6] ont montré qu'il est possible de donner un cadre très général permettant de définir des notions de courbures pour des classes très vastes d'objets réguliers ou non. L'un des buts de ce sujet de thèse est de développer un cadre statistique tenant compte de ces invariants.
- Le travail pourra également s'inspirer des recherches réalisées en morphométrie, domaine s'intéressant à l'étude des formes et de leurs variations. Toutefois, si la théorie des espaces de formes définies à partir de points caractéristiques (étudiée d'un point de vue abstrait par Lee et Kendall [14] et très bien expliqués dans [25]) est relativement bien avancées, peu de travaux se sont intéressés à des formes plus générales, notamment celles définies à partir de données continues avec ou sans singularités. Un axe très intéressant sera d'étudier comment relier les modèles statistiques de surfaces à ces informations de déformabilité provenant de recalage d'images, de surfaces, de courbes ou d'amers. C'est l'un des objectifs majeurs d'un domaine émergent à l'heure actuelle en analyse d'images biomédicales : l'anatomie algorithmique.

Références

- [1] M. Arnaud, X. Emery, *Estimation et interpolation spatiale*, Hermes, 2000.
- [2] N. Ayache, *Vision Stéréoscopique et Perception Multisensorielle*, Inter-Editions, 1989.
- [3] M.F. Beg, M.I. Miller, A. Trouvé, L. Younes, *Computing Large Deformation Metric Mappings via Geodesic Flows of Diffeomorphisms*, Int. Journal of Computer Vision, 2005, vol. 61, 2, 139 – 157.
- [4] R. Ben-Jemaa, *Traitement de données 3D denses acquises sur des objets réels complexes*, ENST, 1998.
- [5] F.L. Bookstein, *Landmark methods for forms without landmarks : morphometrics of group differences in outline shape*, Medical Image Analysis, 1997, vol. 1, 3, 225 – 243.
- [6] D. Cohen-Steiner, J.M. Morvan, *Restricted delaunay triangulations and normal cycle*, Proceedings of the nineteenth annual symposium on Computational geometry, 312 – 321, 2003 ; et *Second fundamental measure of geometric sets and local approximation of curvatures*, J. Diff. Geom. article accepté, à paraître ,(2007).
- [7] N.A.C. Cressie, *Statistics for spatial data*, John Wiley & Sons, Inc, 1993, Wiley series in Probability and Mathematical Statistics.
- [8] H.F. Durrant-Whyte, *Integration, Coordination and Control of Multi-Sensor Robot Systems*, Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [9] J. Fu, *Curvature of Singular Spaces via the Normal Cycle*, Amer. Math. Soc. 116 (1994) 819 – 880.
- [10] J. Fu, *Convergence of curvatures in secant approximations*, J. Differential Geometry 37 (1993) 177 – 190.
- [11] J. Glaunes, A. Trouvé, L. Younes, *Diffeomorphic Matching of Distributions : A New Approach for Unlabelled Point-Sets and Sub-Manifolds Matching*, CVPR (2), 2004, 712 – 718.
- [12] S. Granger, *Une approche statistique multi-e'chelle au recalage de surfaces - Application a' l'implantologie dentaire*, Ecole des Mines de Paris, 2003.
- [13] S. Granger, S. and X. Pennec, *About statistical models of curves or surfaces : a unified tensor-based saliency model applied to registration*, Submitted to *ECCV'04*, 2004.

- [14] H. Le, D.G. Kendall, *The riemannian structure of euclidean shape space : a novel environment for statistics*, Ann. Statist, 1993, 21, 1225 – –1271.
- [15] Médioni, G. and Lee, M.S. and Tang, C.K., *A computational Framework for segmentation and grouping*, Elsevier, 2000.
- [16] J.M. Morvan and B Thibert, *On the approximation of a smooth surface with a triangulated mesh*, Computational Geometry Theory And Application, 2002, vol 23/3, 337 – 352.
- [17] J.M. Morvan, B. Thibert, *Approximation of the Normal Vector Field and the Area of a Smooth Surface*, Disc. Comp. Geom. 2004, Vol. 32/3, 383-400.
- [18] F. Morgan, Geometric measure theory, Acad. Press, INC. 1987.
- [19] B. Oksendal, *Stochastic differential equations : an introduction with applications*, Springer, 1995.
- [20] X. Pennec, *Probabilities and Statistics on Riemannian Manifolds : Basic Tools for Geometric Measurements*, Proc. of Nonlinear Signal and Image Processing (NSIP'99), 194 – –198, 1999, Çetin, A.E. and Akarun, L. and Ertuzun, A. and Gurcan, M.N. and Yardimci, Y., vol. 1, June 20 – 23, Antalya, Turkey, IEEE-EURASIP.
- [21] X. Pennec, *L'Incertitude dans les Problèmes de Reconnaissance et de Recalage – Applications en Imagerie Médicale et Biologie Moléculaire*, Thèse, Ecole Polytechnique, Palaiseau (France), december, 1996.
- [22] X. Pennec, N. Ayache, *Uniform distribution, distance and expectation problems for geometric features processing*, Journal of Mathematical Imaging and Vision, vol 9, 1, 49 – –67, 1998.
- [23] X. Pennec, J.P. Thirion, *A Framework for Uncertainty and Validation of 3D Registration Methods based on Points and Frames*, Int. Journal of Computer Vision 1997, vol 25, 3, 203 – –229.
- [24] J.A. Rice, B.W. Silverman, *Estimating the mean and Covariance Structure Nonparametrically when the Data are Curves*, J. of the Royal Statistical Soc. B, 1991, vol. 53, 1, 233 – 243.
- [25] C.G. Small, *The Statistical Theory of Shapes*, 1996, Springer series in statistics.
- [26] R. Smith, P. Cheeseman, *On the representation and Estimation of Spatial Uncertainty*, Int. Journ. of Robotics Research, 1987 5, 4, 56 – –68.
- [27] G. Subsol, J.P. Thirion, N. Ayache, *A General Scheme for Automatically Building 3D Morphometric Anatomical Atlases : application to a Skull Atlas*, Medical Image Analysis, 1998, vol.2, 1, 37 – –60.

- [28] L. Trouvé, *Diffeomorphisms Groups and Pattern matching in Image Analysis*, Int. Jou. of Computer Vision, 1998, 28, 3, 213 – 221.
- [29] M. Vaillant, J. Glaunes, *Surface Matching via Currents*, Proc. of IP-MI'05, 381 – 392, 2005.
- [30] L. Williams, D. Jacobs, *Stochastic completion field : A neural model of illusory contour shape and saliency*, Neural Computations, 1997, 9, 4, 837 – 858
- [31] L.R. Williams, K.K. Thornber, *A comparison of measures for detecting natural shapes in cluttered backgrounds*, Int. Journal of Comp. Vision, 2000, 34, 2/3, 81 – 96.
- [32] L. Younes, *Optimal matching between shapes via elastic deformation*, Image and Vision Computing, 1999, vol 17 , 381 – 389.