Examen 2 (45 mn) – Jeudi 19 octobre 2017

Les documents, les téléphones et les calculatrices ne sont pas autorisés.

La notation tiendra compte du soin apporté à la rédaction des réponses.

BIEN INDIQUER SON NUMÉRO DE GROUPE DE TD SUR LA COPIE

L'énoncé comporte quatre exercices.

Exercice 1 Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction.

- (1,5 pts) Exprimer à l'aide de quantificateurs, en n'utilisant que des symboles, l'assertion suivante : f ne prend que des valeurs supérieures ou égales à 1.
- (2 pts) Écrire la négation de l'assertion précédente, en n'utilisant que des symboles.
- (2 pts) Exprimer à l'aide de quantificateurs, en n'utilisant que des symboles, l'assertion suivante : f n'est pas surjective.

Exercice 2 (Questions de cours)

- (2 pts) Représenter *soigneusement* le graphe de la fonction tangente dans le plan muni d'un repère orthonormal.
- (2 pts) Quelle est la limite quand x tend vers $+\infty$ de $\frac{e^x}{x^{1000}}$? Quelle est la limite quand x tend vers 0^+ de $x(\ln x)^{1000}$?
- (1,5 pts) On considère deux fonctions dérivables $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. En supposant que le calcul soit possible, donner l'expression pour un réel x de $(g \circ f)'(x)$.
- (2 pts) Représenter *soigneusement* le graphe de la fonction sh dans le plan muni d'un repère orthonormal.

Exercice 3 (4 pts) On considère la suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$, $u_1 = 5$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n$. A l'aide d'un raisonnement par récurrence (à deux pas), montrer que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = 2^n + 3^n.$$

Exercice 4 On considère les deux ensembles $E = \{1, 2\}$ et $F = \{3\}$.

- (1 pt) Donner en extension l'ensemble $E \times F$.
- (2 pts) Donner en extension l'ensemble $\mathcal{P}(E \times F)$. Quel est son cardinal ?