

Nom, Prénom, Numéro d'étudiant :

Université Claude Bernard Lyon 1

PCSI L3 - UE Math 5

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 3 - 16 décembre 2015

L'épreuve dure 1 heure. Il est interdit d'utiliser des calculatrices et de consulter des notes. Les téléphones portables doivent être éteints.

Question 1

Calculer le flux de \vec{V} à travers la surface S en utilisant la formule d'Ostrogradsky où

$$\vec{V} = (x^3 + y \sin z) \vec{i} + (y^3 + z \sin x) \vec{j} + 3z \vec{k},$$

et S le bord du domaine limité par les demi-sphères supérieures de centre 0 et de rayon 1, 2, et par le plan $z = 0$.

Réponse :

Question 2

On note :

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

On considère la fonction $k(x) = e^{-x}H(x)$. Trouver le produit de convolution $k * k(x)$.

Réponse :

Question 3

On considère trois fonctions :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad g(x) = \frac{1}{2-2x+x^2}, \quad h(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2}$$

et on donne la transformée de Fourier

$$\widehat{f}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-i2\pi ux} dx = \pi e^{-2\pi|u|}.$$

1. Vérifier que $g(x) = f(x-a)$ avec a convenablement choisi et déduire *simplement* $\widehat{g}(u)$.
2. En utilisant maintenant une propriété de dérivation, en déduire *simplement* $\widehat{h}(u)$.