Math I Analyse, Licence STS, UCBL 2010-2011
Controle Continu 1 : 50 minutes

Les documents et les calculatrices sont interdits

Nom :

Prénom :

Numéro d'étudiant :

Questions de cours

1. Donner la définition d'un élément minimal d'une partie A non vide de $\mathbb{R}$.

2. A quelle condition existe-t-il une borne supérieure réelle d'une partie non vide de $\mathbb{R}$?

3. Donner la définition d'un intervalle de $\mathbb{R}$.

Questionnaire à choix multiple

Répondez aux questions en entourant la ou les bonnes réponses. Attention, il peut y avoir plusieurs bonnes réponses pour une seule question. Chaque bonne réponse rapporte 1 point et chaque mauvaise réponse -0.5 point.

1. Lesquels de ces nombres sont des majorants de $A =]1,2[\cup]4,5]$?

   (a) 5 (b) 2 (c) 3 (d) $\sqrt{26}$.

2. Lesquels de ces nombres sont des éléments maximaux de $B = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 < 9\}$?

   (a) 3 (b) 2 (c) 9 (d) il n'y a pas d'élément maximal.

3. Quelles sont les parties de $\mathbb{R}$ qui admettent 2 comme borne supérieure ?

   (a) $[-1,2[$ (b) $[-4,2]$ (c) $\{x \in \mathbb{R} : x^2+1>0\}$ (d) $\left\{\frac{2}{n+1} : n \in \mathbb{N}\right\}$.

4. Soit C une partie non vide de $\mathbb{R}$. Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont vraies ?

   (a) Si $\max C = 1$ alors $\sup C = 1$.
   (b) Si $\sup C = 1$ alors $\max C = 1$.
   (c) Si $\sup C = 1$ alors $\max C < 1$.
   (d) Si C est borné alors $\sup C > 0$.

5. Soit x un nombre réel strictement positif. Parmi ces inégalités lesquelles sont vraies ?

   (a) $E(x) < E(x+0,5)$ (b) $x \geq \ln x$ (c) $x^4 \leq x^5$ (d) $x^5 \leq x^3$.

Exercice

Le but de cet exercice est de prouver que, pour tout entier $n \geq 1$, la partie entière de $(2+\sqrt{3})^n$ est **impaire**. *Rappelez vos nom, prénom et numéro d'étudiant en page 4.*

1. Montrer que, pour tout entier $n \geq 1$, $0 < (2-\sqrt{3})^n < 1$.

2. A l'aide de la formule du binôme de Newton, montrer que $(2+\sqrt{3})^n + (2-\sqrt{3})^n$ est de la forme

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \sqrt{3}^k (1+(-1)^k) 2^{n-k}.$$

3. En déduire que $(2+\sqrt{3})^n + (2-\sqrt{3})^n$ est un nombre pair.

4. Conclure à l'aide de 1. et 3.

Nom :

Prénom :

Numéro d'étudiant :