Math I Analyse 2010-2011

Devoir surveillé no 2 -le vendredi 5 novembre 2010, durée 45 minutes

NOM, prénom :
Numéro d'étudiant :
Groupe de TD ou nom du chargé de TD :

Questionnaire à choix multiple

Pour chaque question, il peut y avoir plusieurs bonnes réponses. Entourez la ou les bonnes réponses. Bonne réponse = 0,5 p, mauvaise réponse ou bonne réponse non entourée = -0,5 p.

1. Une suite convergente est :
(a) bornée (b) monotone (c) majorée
(d) contient une sous-suite monotone (e) positive (f) a une limite

2. Entourez les propriétés vraies pour tout $x, y \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}^*$:
(a) $|x+y| \leq |x| + |y|$ (b) $|-2x| = 2|x|$ (c) $|E(-x)| = |E(x)|$
(d) $|x-y| \leq |x| + |y|$ (e) $|x|^2 = x^2$ (f) $(1+x)^n \geq 1 + nx$.

Exercice 1. (3 p.)

(i) (1 p.) Donner la définition de la borne supérieure d'un ensemble non vide A.

(ii) (2 p.) Trouver la borne supérieure de l'ensemble $A = \left\{1 - \frac{1}{x}\ ; x > 0\right\}$. Justifier la réponse.

TOURNEZ LA PAGE SVP →

Exercice 2. (3 p.)

(i) (1 p.) Donner la définition de $|x|$ pour $x \in \mathbb{R}$.

(ii) (2 p.) Montrer que si la suite (x_n) converge vers $l \in \mathbb{R}$, alors la suite $(|x_n|)$ converge vers $|l|$.

Tournez la page svp →

Exercice 3. (10 p.)

(i) (1 p.) Donne la définition des suites adjacentes.

(ii) (1 p.) Soient $a, b > 0$. Montrer que $\sqrt{ab} \leq \dfrac{a+b}{2}$.

(iii) On considère $x_0, y_0 > 0$ tels que $x_0 \leq y_0$. On définit, par récurrence sur $n \in \mathbb{N}$, les suites (x_n), (y_n) par les formules $x_{n+1} = \sqrt{x_n y_n}$, $y_{n+1} = \dfrac{x_n + y_n}{2}$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$.

(a) (2 p.) Montrer que $x_n \leq y_n$, $\forall\, n \in \mathbb{N}$.

(b) (2 p.) Montrer que la suite (x_n) est croissante et que la suite (y_n) est décroissante.

(c) (2 p.) Montrer que les suites (x_n) et (y_n) sont convergentes.

(d) (2 p.) Montrer que les suites (x_n) et (y_n) sont adjacentes.

Tournez la page svp →

Rappeller, svp :
NOM, prénom :
Numéro d'étudiant :
Groupe de TD ou nom du chargé de TD :