

NOM, prénom :

Numéro d'étudiant :

Groupe de TD ou nom du chargé de TD :

On prendra soin à justifier les réponses données. Les réponses non justifiées ne seront pas prises en compte.

Exercice 1. (Total : 5 p.) Soit x un réel tel que $x > \sqrt{2} - 2$. On pose $y = \frac{x+2}{x+1}$.

1. (1 p.) Le nombre $|x+1|$ vaut-il $x+1$ ou $-(x+1)$?

2. (1 p.) Vérifier que $\frac{y-\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-x}{x+1}$.

3. (3 p.) On suppose, de plus, que $x \neq \sqrt{2}$. Montrer que $|y-\sqrt{2}| < |x-\sqrt{2}|$.

Exercice 2. (6 p.) Soit $A = \left\{ \frac{k+1}{k+m}; k, m \in \mathbb{N}^* \right\}$.

1. (1 p.) Montrer que 1 est un majorant de A .
2. (2 p.) A a-t-il un maximum? Un sup? Si oui, calculer ces nombres.
3. (2 p.) Montrer que $\inf A$ existe, et calculer cette quantité.
4. (1 p.) A a-t-il un minimum?

Exercice 3. (3 p.) Soit $r \in]0, 1[$. Calculer $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n$. On justifiera la réponse.

Exercice 1. (Total : 6 p.) Dans cet exercice, a, b, c sont des réels positifs.

1. (2 p.) Montrer l'inégalité

$$a^3 - a^2b + b^3 - ab^2 \geq 0. \quad (1)$$

(On pourra décomposer l'expression qui apparaît dans (1) comme produit de trois facteurs.)

2. (1 p.) Résoudre l'équation $a^3 - a^2b + b^3 - ab^2 = 0$.

3. (1 p.) En utilisant (1), montrer l'inégalité

$$a^3 + b^3 + c^3 \geq \frac{1}{2}(a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2).$$

4. (2 p.) En utilisant la question **2.**, trouver toutes les solutions de l'équation

$$2(a^3 + b^3 + c^3) - (a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2) = 0.$$

TOURNEZ LA PAGE SVP \rightarrow

Rappeller, svp :

NOM, prénom :

Numéro d'étudiant :

Groupe de TD ou nom du chargé de TD :