Analyse 1 : les réels et les fonctions 2011-2012
Contrôle continu n°2 - le lundi 5 décembre 2011, durée 45 minutes

NOM, prénom :
Numéro d'étudiant :
Groupe de TD ou nom du chargé de TD :

Suites

1. (10 p.) Pour les suites suivantes,
- donner leurs trois premiers termes puis
- étudier l'existence d'une limite et
- donner la valeur éventuelle de cette limite.

1. $u_n = \dfrac{n^2}{n^2+1}$,
2. $v_n = \dfrac{(n+1)^2}{n} - \dfrac{n^2}{n+1}$,
3. $w_n = \dfrac{n}{n+1} \cos\left(n\dfrac{\pi}{2}\right)$,
4. $x_n = n \times \big(\ln(n+1) - \ln(n)\big)$.
   On prendra $\ln(2) \simeq 0,7$ et $\ln(3) \simeq 1,1$. On rappelle que $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$.
5. $y_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^n}$.

Tournez la page svp →

Tournez la page svp →

2. (3 p.) Soit $E = \left\{ \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} \,;\, a, b \in \mathbb{N}^*, a \neq b \right\}$.

1. Expliciter trois éléments de E.
2. Donner une suite d'éléments de E qui converge vers 0.
3. Donner une suite d'éléments de E qui converge vers 1.
4. Donner une suite d'éléments de E qui converge vers $\dfrac{1}{2}$.

3. (7 p.) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite réelle et $v_n = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n} u_k$ pour $n \in \mathbb{N}^*$. On appelle $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la *moyenne de* CÉSARO de $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.
Soit $u_n = q^n$ la suite géométrique de raison q, pour un réel q donné.

1. La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ a-t-elle une limite en fonction des différentes valeurs de q et quelle est la valeur de cette limite éventuelle ?
2. Calculer le terme général de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.
3. Quelle sont les conditions d'existence de la limite de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ ainsi que sa valeur éventuelle ?
4. Comparer les limites éventuelles d'une suite géométrique et de sa moyenne de CÉSARO.

TOURNEZ LA PAGE SVP →

Rappeller, svp :
NOM, prénom :
Numéro d'étudiant :
Groupe de TD ou nom du chargé de TD :