

Contrôle continu n° 9
13 décembre 2013. Durée 30 minutes

La note tiendra compte en grande partie de la qualité de la rédaction et de la justesse des raisonnements

Exercice.

1. Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. On suppose que g est strictement croissante sur chacun des intervalles $] - \infty, 0]$ et $[0, +\infty[$. Montrer que g est strictement croissante sur \mathbb{R} .
2. Soit $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivable. On suppose que $g'(x) > 0$ pour tout $x \neq 0$. Mais on ne suppose pas $g'(0) > 0$.
 - 2.a. Montrer que g est strictement croissante sur $] - \infty, 0]$ et sur $[0, \infty[$. On justifiera ce fait en utilisant le théorème des accroissements finis.
 - 2.b. En déduire que g est strictement croissante sur \mathbb{R} .
3. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x - \sin x$.
 - 3.a. Montrer que $f'(x) > 0$ pour tout $x \neq 0$.
 - 3.b. En déduire que f est strictement croissante.