Université Claude Bernard Lyon 1
Licence de mathématiques 3^e année

Mathématiques pour l'enseignement
UE Approfondissement en analyse

Cours $\#4$
– le 28 février 2022 –

Première partie. Espaces normés

Chapitre $\#3$. Topologie dans $\mathbb{K}^n$ (et les e. v. n. de dimension finie)

1. Caractérisation des suites convergentes dans $(\mathbb{K}^n, \| \|_1)$.
2. $S(0,1)$ est compacte dans $(\mathbb{K}^n, \| \|_1)$.
3. Équivalence de toutes les normes dans $\mathbb{K}^n$.
4. Équivalence des normes dans un espace normé de dimension finie.
5. Continuité des applications linéaires dans un espace normé de dimension finie.
6. Exercice de cours. Montrer que, dans un espace normé de dimension finie, les applications affines sont continues. Rappel. $g : E \to G$ est affine s'il existe $f : E \to G$ linéaire et $a \in G$ tels que $g(x) = f(x) + a, \forall\, x \in E$.
7. Caractérisation des suites convergentes dans un espace normé de dimension finie.
8. Continuité des fonctions polynômiales.
9. Caractérisation des compacts dans un espace normé de dimension finie.
10. Petit exercice. Dans un e. v. n. de dimension finie, la propriété d'un ensemble d'être borné ne dépend pas du choix de la norme.