Analyse complexe
L3 Mathématiques générales et applications 2015–2016
Plan des cours

4 Cours du 2 mars 2016

2.2 Formule(s) de Cauchy

Dans cette partie, $f : U \to \mathbb{C}$ est une fonction holomorphe et C^1. Le fait que le caractère C^1 est une conséquence de l'holomorphie sera établi plus tard.

1. Représentation des dérivées d'ordre supérieur.
2. Les fonctions holomorphes sont analytiques.

2.3 L'hypothèse $f \in C^1$ est superflue

2.1 Lemme (Goursat)**.** Si $f : U \to \mathbb{C}$ est holomorphe et $T \subset U$ un triangle (plein), alors $\displaystyle\int_{\partial T} f(z)\,dz = 0$.

2.2 Théorème (Morera)**.** Une fonction holomorphe dans un domaine étoilé (simplement connexe*) admet une primitive.

2.3 Corollaire. Une fonction holomorphe est de classe C^1.

Devoir maison : prouver le résultat suivant :

2.4 Corollaire (Théorème des accroissements finis pour les fonctions holomorphes)**.** Soit $f : U \to \mathbb{C}$ holomorphe. Soit $\gamma : [a,b] \to U$ un chemin C^1 par morceaux. Alors

$$|f(\gamma(b)) - f(\gamma(a))| \leq \sup_{z \in \gamma([a,b])} |f'(z)|\, \ell(\gamma).$$

2.4 Les inégalités de Cauchy

1. Les inégalités de Cauchy.