Université Claude Bernard Lyon 1 — Licence de mathématiques 3e année

UE Éléments d'analyse fonctionnelle — Parcours Mathématiques générales

Résumés des cours

– semestre de printemps 2025 –

$\boxed{\text{A}}$ **Cours du 17 janvier.** Espaces $\mathscr{L}^p$ et L^p

(a) Définition 10.1.
(b) Notation 10.2.
(c) Définition 10.3.
(d) Remarque 10.4 a).
(e) Notation 10.5.
(f) Remarque 10.6.
(g) À lire : Remarque 10.7.
(h) Exercice 10.13 a), b).
(i) Remarque 10.16 (sans preuve).
(j) Définition 10.17.
(k) Théorème 10.18 (inégalité de Hölder) : preuve si $1 < p < \infty$.
(l) Travail individuel : vérifier la validité de l'inégalité de Hölder si $p = 1$ ou $p = \infty$.
(m) Théorème 10.26 (inégalité de Minkowski) : preuve dans le cas $1 < p < \infty$.
(n) Travail individuel : vérifier la validité de l'inégalité de Minkowski si $p = 1$ ou $p = \infty$.
(o) Travail individuel avancé : lire la proposition 10.19, sa preuve, et la preuve du poly de l'inégalité de Minkowski, basée sur la proposition 10.19.

$\boxed{\text{B}}$ **Cours du 24 janvier.** Espaces L^p. Convolution

(a) Corollaire 10.27.
(b) Théorème 10.28 (théorème de Fatou).
(c) Corollaire 10.29.
(d) Proposition 10.30 (énoncé et preuve).
(e) Théorème 10.31.

(f) Travail individuel pour le premier contrôle continu : preuve complète du théorème 10.26, y compris les éléments de preuve qui n'ont pas été vus en cours.
(g) Définition 11.1.
(h) Théorème 11.2 (inégalité de Young) – énoncé.
(i) Théorème 11.2 c), preuve.
(j) Théorème 11.2 a), b) : début de la preuve.

$\boxed{\text{C}}$ **Cours du 31 janvier.** Convolution

(a) Théorème 11. 2 : fin de la preuve pour des fonctions boréliennes positives dans le cas général $1 < p, q < \infty$, $1/p + 1/q > 1$.
(b) Travail individuel : preuve complète du théorème 11.2.
(c) Lemme 11.4 (admis).
(d) Définition 11.5.
(e) Définition 11.6.
(f) Proposition 11.7 (avec preuve si $k = 0$).
(g) Travail individuel : prouver la proposition 11.7 dans le cas général (pour tout k).
(h) Notation 11.8.
(i) Théorème 11.9.
(j) À lire : remarque 11.10.

$\boxed{\text{D}}$ **Cours du 14 février.** Convolution. Espaces de Hilbert

(a) Lemme 11.20.
(b) Théorème 11.11.
(c) Remarque 11.12.
(d) Travail individuel : exercices 11.15 et 11.16.
(e) Lecture facultative avancée : définition 11.25, proposition 11.26, théorème 11.27. (Ces résultats seront repris en master.)
(f) Proposition 14.1.
(g) Définition 14.2.
(h) Travail individuel : exercices 14.8 et 14.9.
(i) Proposition 14.3.

$\boxed{\text{E}}$ **Cours du 21 février.** Espaces de Hilbert

(a) Définition 14.4.

(b) Théorème 14.5.
(c) Corollaire 14.6 a).
(d) Corollaire 14.7.
(e) Introduction de la section 14.2.
(f) Théorème 14.10.
(g) Définition 14.11.
(h) Corollaire 14.12.
(i) Proposition 14.13 (énoncé).

$\boxed{\text{F}}$ **Cours du 14 mars.** Espaces de Hilbert. Séries de Fourier

(a) Exercice 14.4 (énoncé).
(b) Proposition 14.13 (preuve).
(c) Théorème 14.19.
(d) Section 12.0.
(e) Définition 12.2.
(f) Exercice 12.3 (énoncé).
(g) Théorème 12.4.

$\boxed{\text{G}}$ **Cours du 21 mars.** Séries de Fourier

(a) Preuve de (12.13).
(b) Remarque 12.5.
(c) Définition 12.6.
(d) Corollaire 12.7.
(e) Théorème 12.8.
(f) Lemme 12.9.
(g) Cadre de la section 12.3.
(h) Exercice 12.16 b) (énoncé).
(i) Définition 12.17.
(j) Exercice 12.18 (énoncé, preuve du début).
(k) Théorème 12.13 (énoncé).
(l) Preuve partielle du critère de Dini.
(m) Travail individuel pour le contrôle terminal : preuve complète du théorème 12.13.

$\boxed{\text{H}}$ **Cours du 11 avril.** Séries de Fourier

(a) Fin de la preuve du théorème 12.13 a).

(b) Définition 12.14.
(c) Théorème 12.15.
(d) Preuve du théorème 12.12.
(e) Cadre de la section 12.4.
(f) Définition 12.21.
(g) Définition 12.22.
(h) Corollaire 12.25 (énoncé).
(i) Exercice 12.29 (énoncé).
(j) Théorème 12.23 (énoncé).
(k) Théorème 12.24 (énoncé).
(l) Preuve du corollaire 12.25 à partir des théorèmes 12.23 et 12.24.
(m) Stratégie de la preuve du théorème 12.23.