Université Claude Bernard Lyon 1 Master de mathématiques 1re année
UE Équations aux dérivées partielles Parcours Mathématiques générales

Sujet à étudier pour le premier contrôle continu (le vendredi 4 avril)

Nous considérons l'équation des ondes d'inconnue $u = u(x,t)$, $x \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta_x u = 0 & \text{dans } \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \\ u(x,0) = f(x) & \forall\, x \in \mathbb{R}^n \\ u_t(x,0) = g(x) & \forall\, x \in \mathbb{R}^n \end{cases} \tag{1}$$

avec $f = f(x), g = g(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$.

1. *Analyse.* Établir les formules de résolution si $n = 1$, $n = 3$, $n = 2$.
2. *Synthèse.* En toute dimension, sous réserve de régularité suffisante de f et g, justifier que les formules de résolution (de d'Alembert, Kirchhoff, Poisson, Darboux) donnent bien une solution classique de (1).

Références suggérées : Evans, Partial Differential Equations [1, Section 2.4.1] pour l'intégralité de la démarche, et le chapitre 4 de mon cours pour la simplification de la démarche en considérant des $r < 0$.

Références

[1] L. C. Evans. *Partial differential equations*, volume 19 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2010.