

### Devoirs maison

**Devoir #1** Pour l'équation des ondes d'inconnue  $u = u(x, t)$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $t \in \mathbb{R}$  :

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta_x u = 0 & \text{dans } \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \\ u(x, 0) = f(x) & \forall x \in \mathbb{R}^n \\ u_t(x, 0) = g(x) & \forall x \in \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (1)$$

avec  $f = f(x)$ ,  $g = g(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  de régularité suffisante :

1. Établir les formules de résolution.
2. Vérifier que la fonction  $u$  ainsi trouvée est bien solution classique de (1).

Référence suggérée : Evans, *Partial Differential Equations* [2, Section 2.4.1].

À rendre le 24 février 2023. Compte pour 10 % de la note.

**Devoir #2** Comprendre et détailler la preuve du théorème de Hille-Yosida-Phillips sur la résolution de l'équation linéaire  $u_t + Au = 0$  :

1. Dans le cadre d'un espace de Hilbert (référence suggérée : Brezis, *Analyse fonctionnelle* [1, Sections VII.1, VII.2]).
2. Dans le cadre d'un espace de Banach (référence suggérée : Reed et Simon, [3, Theorem X.47a]).

À rendre le 7 avril 2023. Compte pour 20 % de la note.

## Références

- [1] H. Brezis. *Analyse fonctionnelle. Théorie et applications*. Collection Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise. Masson, Paris, 1983.
- [2] L. C. Evans. *Partial differential equations*, volume 19 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2010.
- [3] M. Reed and B. Simon. *Methods of modern mathematical physics. II. Fourier analysis, self-adjointness*. Academic Press [Harcourt Brace Jovanovich, Publishers], New York-London, 1975.