

## Contrôle continu # 1

– le 12 octobre 2016. Durée 45 minutes. Documents et calculatrices interdits –

**Exercice 1. (4 p.)** Simplifier l'expression :

$$dx \wedge dz \wedge dy + 3 dz \wedge dy \wedge dx - dy \wedge dz \wedge dx + 5 dx \wedge dx \wedge dx - 7 dz \wedge dz \wedge dy.$$

**R.**  $-5 dx \wedge dy \wedge dz.$

**Exercice 2. (8 p.)** Soit  $\mathcal{C}$  le carré (union de quatre segments) de sommets  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $D(-1, 0)$ ,  $E(0, -1)$ , paramétré dans le sens  $A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A$ . Calculer l'intégrale  $\int_{\mathcal{C}} \omega$ , où  $\omega = (x + y)(dx - dy) \in \Omega^1(\mathbb{R}^2)$ .

**R.**  $-4.$

**Bonus. (3 p.)** Quelle est la valeur de  $\int_{\mathcal{C}} *\omega$  ?

**R.**  $0.$

**Exercice 3. (8 p.)** Soit  $\beta \in \Omega^3(\mathbb{R}^6)$  la 3-forme sur  $\mathbb{R}^6$  donné par la formule

$$\beta = dx_1 \wedge dx_2 \wedge dx_3 + \cos(x_3) dx_4 \wedge dx_5 \wedge dx_6.$$

1. **(2 p.)** Calculer  $d\beta$ .
2. **(2 p.)** Déterminer  $\beta \wedge \beta$ .
3. **(4 p.)** Soit  $\Phi: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^6, (u, v, w) \mapsto (uw, uw - 1, \exp(v), w^3, uw, vw)$ . Déterminer  $\Phi^*\beta \in \Omega^3(\mathbb{R}^3)$ .

**R.** 1.  $-\sin x_3 dx_3 \wedge dx_4 \wedge dx_5 \wedge dx_6.$  2.  $0.$  3.  $3w^4 \cos(e^v) du \wedge dv \wedge dw.$