Contrôle continu # 2

– le 9 novembre 2016. Durée 45 minutes. Documents et calculatrices interdits –

Exercice 1. (8 p.)

Calculer l'intégrale de surface $\iint\limits_S \mathbf{F}\cdot d\mathbf{S}$ du champ de vecteurs $\mathbf{F}\,(x,y,z) = \left(2x^2y, xz^2, 4yz\right)$, où S est le bord du parallélépipède compris entre les plans déquations $x=0$, $x=1$, $y=0$, $y=2$, $z=0$, $z=3$.

Remarques. La surface S est orientée tel que la normale pointe à l'exterieur du parallélépipède réctangle. Il est conseillé d'utiliser le théorème de Gauss–Ostrogradskii.

Exercice 2. (12 p.)

Soit S une surface de la forme d'une selle dans $\mathbb{R}^3$, donnée par l'équation $z = 2\,x^2 - 2\,y^2 - 3$.

1. (4 p.) Trouver l'équation du plan tangent et d'une normale à la surface S au point $(2,1,3)$.

2. (8 p.) Calculer l'aire de la partie de S satisfaisant la contrainte $x^2+y^2 \leq 1/2$.