Cours du 28 septembre 2016

Chapitre 1. Formes différentielles

14. Retour sur les intégrales de 1-formes sur une courbe paramétrée. Intégration sur un segment et un cercle.
15. Effet du changement de paramétrisation sur la valeur de l'intégrale.
16. Intégrale d'une 2-forme sur une partie de $\mathbb{R}^2$.
17. Changement de variables $\Phi : D \to \Omega$. Théorème du changement de variables : $\displaystyle\int_\Omega \alpha = \pm \int_D \Phi^\sharp \alpha$. Choix du signe $\pm$.
18. Intégrale d'une 2-forme sur une surface paramétrée.
19. Intégrale d'une 3-forme sur une partie de $\mathbb{R}^3$. Théorème du changement de variables.
20. Exemple : changement en coordonnées polaires, sphériques, cylindriques.
21. Intégration d'une 0-forme en un point.
22. Théorème de Leibniz-Newton en langage des 0-formes.
23. Bord d'une partie Ω de $\mathbb{R}^2$ ou de $\mathbb{R}^3$, bord d'une surface Σ. Exemples, paramétrisation.
24. Théorème de Stokes dans $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$:
    - $\displaystyle\int_\gamma d\,f = \int_{\partial\gamma} f$ (f 0-forme, γ courbe) ;
    - $\displaystyle\int_\Omega d\,\omega = \int_{\partial\Omega} \omega$ (ω 1-forme, Ω partie de $\mathbb{R}^2$) ;
    - $\displaystyle\int_\Sigma d\,\omega = \int_{\partial\Sigma} \omega$ (ω 1-forme, Σ surface dans $\mathbb{R}^3$) ;
    - $\displaystyle\int_\Omega d\,\alpha = \int_{\partial\Omega} \alpha$ (α 2-forme, Ω partie de $\mathbb{R}^3$).
25. Cas particuliers :
    - $\displaystyle\int_\Omega \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x}\right) dxdy = \int_{\partial\Omega} (P\,dx + Q\,dy)$ (Ω partie de $\mathbb{R}^2$ – formule de Green-Riemann).
    - $\displaystyle\int_\Omega \mathrm{div}\,(A, B, C) = \int_{\partial\Omega} (A\,dy \wedge dz + B\,dz \wedge dx + C\,dx \wedge dy)$ (Ω partie de $\mathbb{R}^3$ – théorème flux-divergence ou formule de Gauss-Ostrogradskii).