Nom, Prénom, Numéro d'étudiant :

Université Claude Bernard Lyon 1 **PCSI L3 - UE Math 5**

CONTRÔLE CONTINU NUMÉRO 2 - 4 novembre 2015

`L'épreuve dure 1 heure. Il est interdit d'utiliser des calculatrices et de consulter des notes. Les téléphones portables doivent être éteints.`

Question 1

On consière la courbe Γ définie paramétriquement :

$$\gamma : [-5,5] \to \mathbb{R}^3,\ \gamma(t) = (x(t), y(t), z(t)) \text{ où } x(t) = 3t^2+1,\ y(t) = 2t^3,\ z(t) = 3t-2.$$

1. Rappelons que le plan xOz est le plan des points de la forme $(x, 0, z)$ avec $x \in \mathbb{R}$ et $z \in \mathbb{R}$. Trouver le point $A \in \mathbb{R}^3$ où la courbe $\gamma(t)$ coupe le plan xOz.
2. Trouver l'équation de la tangente à la courbe $\gamma(t)$ au point A.
3. Trouver l'équation du plan normal à la courbe $\gamma(t)$ au point A. Rappelons que le plan normal est le plan qui passe par A est qui est orthogonal à la droite tangente.
4. Quelle est la valeur de l'intégrale curviligne $\int_\Gamma z\mathrm{d}x$?
5. Montrer que les points $B(4,-2,-5)$ et $C(13,16,4)$ appartient à la courbe.
6. Calculer la longueur de la courbe entre les points B et C.
   Remarque. Il sera peut être utile à remarquer que $36u^2+36u+9 = (6u+3)^2$.

Réponse :

Question 2

Soit S la surface définie paramétriquement

$$\mathbf{r} : D \to \mathbb{R}^3; \quad \mathbf{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v),$$

où $D = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 |\ u \in [0, 2],\ v \in [0, \pi]\}$,

1. Calculer un vecteur normale en tout point de la surface S.
2. Calculer l'élément de la surface $\mathrm{d}S = \left| \dfrac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \dfrac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right| \mathrm{d}u\mathrm{d}v$.
3. Trouver l'intégrale $\displaystyle\iint_S \sqrt{1 + x^2 + y^2}\ \mathrm{d}S$.
4. Trouver l'intégrale $\displaystyle\iint_S \frac{x}{y}\ \mathrm{d}y\mathrm{d}z$.

Réponse :