Université Claude Bernard - Lyon 1
Maths 5

Semestre d'automne 2015-2016
Cours : P. Mironescu, TD : O. Kravchenko

Devoir Maison n$^{\text{o}}$ 1

A rendre le 25 novembre avant 17h15
en TD ou dans la boîte au lettres de O.Kravchenko (bâtiment Braconnier)

Exercice 1.
On considère la forme différentielle sur $\mathbb{R}^2$ suivante

$$\omega(x, y) = (2xy + y^2 - 1)\mathrm{d}x + (2xy + x^2)\mathrm{d}y.$$

1. Calculer l'intégrale de cette forme différentielle le long du segment de droite reliant les points $A = (1, 0)$ et $B = (0, 1)$ orienté de A vers B.
2. Montrer que cette forme est fermée : $\mathrm{d}\omega = 0$.
   En déduire, qu'elle est exacte : $\exists f$ - une fonction $(\mathbb{R}^2) \to \mathbb{R}$ telle que $\omega = \mathrm{d}f$ (on ne demande pas de chercher f).
3. Soit Γ la courbe allant de A à B de paramétrisation

   $$\begin{cases} x(t) & = \cos^5 t \\ y(t) & = \sin^4 t \end{cases} \; ; \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

   Quel est la valeur l'intégrale de la forme ω le long de Γ ?
   Indication. Utiliser la question 2 et une propriété des intégrales curvilignes des formes exactes pour trouver la valeur de l'intégrale sans calcul.