

# What is our universe now ? For the century of the formula 15 written by de Sitter

Michel Mizony

Institut Camille Jordan, Umr Cnrs 5208

Janvier 2018

cliquer pour entrer



What is our universe now ?

For the century of the formula 15 written by de Sitter

Then the line-element becomes \*

$$(15) \quad ds^2 = R^2 \{ d\omega'^2 - \sinh^2 \omega' (d\xi'^2 + \sinh^2 \xi' [d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2]) \}.$$

*# de Sitter*

■ Introduction

▶ Voir

■ Théorie

▶ Voir

■ Comparaison

▶ Voir

■ Observations

▶ Voir

■ Conclusions

▶ Voir

**Astronomy.** — “*On the curvature of space*”. By Prof. W. DE SITTER.

(Communicated in the meeting of 1917, June 30).

1. In order to make possible an entirely relative conception of inertia, EINSTEIN<sup>1)</sup> has replaced the original field equations of his theory by the equations

$$G_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \lambda = -\kappa T_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \kappa g_{\mu\nu} T \dots \dots (1)$$

In my last paper<sup>2)</sup> I have pointed out two different systems of  $g_{\mu\nu}$  which satisfy these equations. The system *A* is EINSTEIN'S, in which the whole of space is filled with matter of the average density  $\varrho_0$ . In a stationary state, and if all matter is at rest without any stresses or pressure, then we have  $T_{\mu\nu} = 0$  with the exception of  $T_{44} = g_{44} \varrho_0$ . In the system *B* this “world-matter” does not exist: we have  $\varrho_0 = 0$  and consequently all  $T_{\mu\nu} = 0$ . The line element in the two systems was there found to be

$$ds^2 = -R^2 \{ d\chi^2 + \sin^2 \chi [d\psi^2 + \sin^2 \psi d\vartheta^2] \} + c^2 dt^2, \dots \dots (2A)$$

$$ds^2 = -R^2 \{ d\omega^2 + \sin^2 \omega [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\psi^2 + \sin^2 \psi d\vartheta^2)] \}. \dots \dots (2B)$$

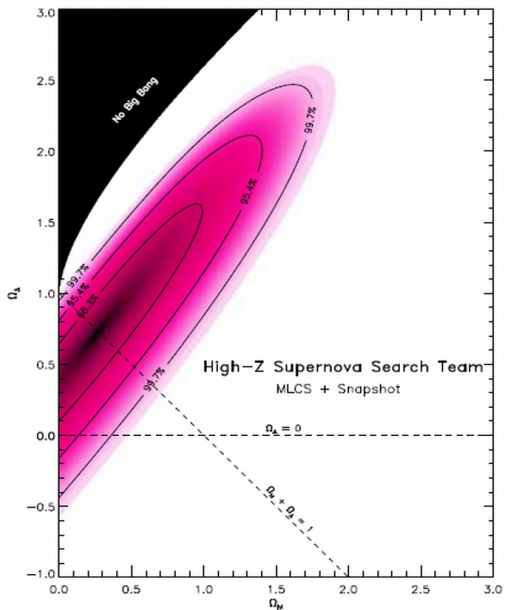
In the system *A* we have

$$\lambda = \frac{1}{R^2}, \quad \kappa \varrho_0 = 2\lambda, \dots \dots (3A)$$

and in *B*:

$$\lambda = \frac{3}{R^2}, \quad \varrho_0 = 0. \dots \dots (3B)$$

In the system *A*  $\chi, \psi, \vartheta$  are real angles; in *B*  $\psi$  and  $\vartheta$  are also real, but  $\omega$  and  $\chi$  are imaginary. If, however, we put



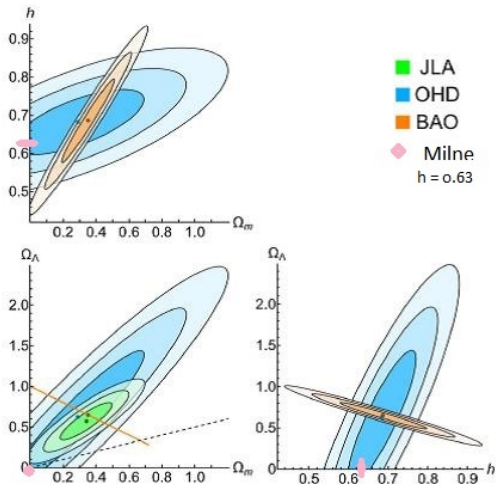
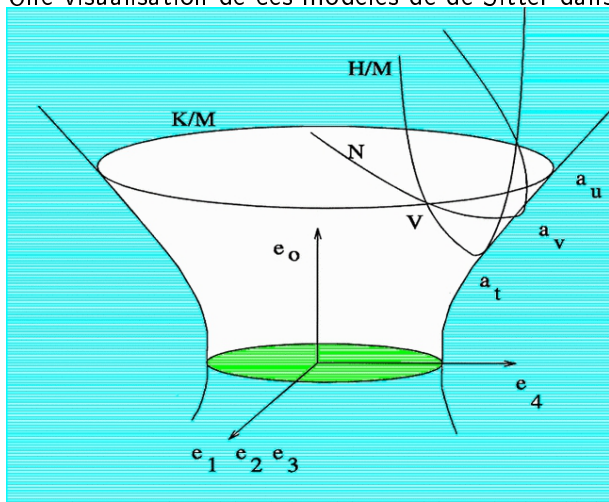


Fig. 2.  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  and  $3\sigma$  confidence regions resulting from the fit of  $k\Lambda$ CDM model to the single datasets as indicated in the top right panel. The dashed line in the  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$  plane represents the transition from the decelerating (below) to the accelerating (above) models.

Une visualisation de ces modèles de de Sitter dans  $R^{1+4}$



où  $K=SO(4)$ ,  $H=\text{Lorentz}=SO(1,3)$ ,  $M=SO(3)$ .

Métamorphoses sur de Sitter :

$$ds^2 = -R^2 \{ d\omega^2 + \sin^2 \omega [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\psi^2 + \sin^2 \psi d\vartheta^2)] \}$$

Métamorphoses sur de Sitter :

$$ds^2 = -R^2 \{ d\omega^2 + \sin^2 \omega [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\psi^2 + \sin^2 \psi d\vartheta^2)] \}$$

Then the line-element becomes \*

$$(15) \quad ds^2 = R^2 \{ d\omega'^2 - \sinh^2 \omega' (d\zeta'^2 + \sinh^2 \zeta' [d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2]) \}.$$



Métamorphoses sur de Sitter :

$$ds^2 = -R^2 \{ d\omega^2 + \sin^2 \omega [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\psi^2 + \sin^2 \psi d\vartheta^2)] \}$$

Then the line-element becomes \*

$$(15) \quad ds^2 = R^2 \{ d\omega'^2 - \sinh^2 \omega' (d\zeta'^2 + \sinh^2 \zeta' [d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2]) \}.$$

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{\sinh^2 \lambda \tau}{\lambda^2} (d\alpha^2 + \sinh^2 \alpha d\omega^2), \text{ forme FLRW}$$

Métamorphoses sur de Sitter :

$$ds^2 = -R^2 \{ d\omega^2 + \sin^2 \omega [d\chi^2 + \sin^2 \chi (d\psi^2 + \sin^2 \psi d\vartheta^2)] \}$$

Then the line-element becomes \*

$$(15) \quad ds^2 = R^2 \{ d\omega'^2 - \sinh^2 \omega' (d\zeta'^2 + \sinh^2 \zeta' [d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2]) \}.$$

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{\sinh^2 \lambda \tau}{\lambda^2} (d\alpha^2 + \sinh^2 \alpha d\omega^2), \quad \text{forme FLRW}$$

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{(dr - r H(\tau) d\tau)^2}{1 + \frac{r^2 \lambda^2}{\sinh^2 \lambda \tau}} - r^2 d\omega^2. \quad \lambda^2 = H^2(\tau) \Omega(\tau) = -H^2(\tau) q(\tau)$$

C'est la forme **inertielle**, du type Painlevé, de la métrique de de Sitter.

Mais ... comment la soumettre aux **observations** ?

Métamorphoses sur de Sitter pour les observations :

Then the line-element becomes \*

$$(15) \quad ds^2 = R^2 \{ d\omega'^2 - \sinh^2 \omega' (d\xi'^2 + \sinh^2 \xi' [d\psi^2 + \sin^2 \psi d\theta^2]) \}.$$

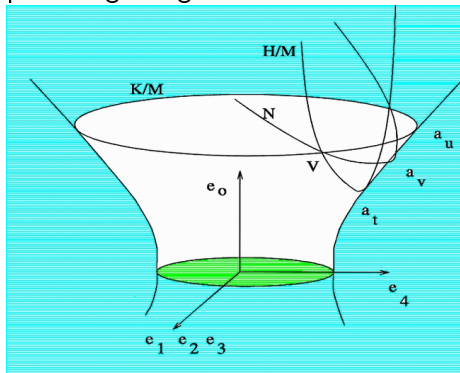
$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{\sinh^2 \lambda \tau}{\lambda^2} (d\alpha^2 + \sinh^2 \alpha d\omega^2), \quad \text{forme FLRW avec } H(\tau) = \lambda \operatorname{cotanh}(\lambda \tau)$$

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{(dr - H(\tau) r d\tau)^2}{1 + (1 - \Omega(\tau)) H^2(\tau) r^2} - r^2 d\omega^2, \quad \lambda^2 = H^2(\tau) \Omega(\tau) = -H^2(\tau) q(\tau)$$

$$H(z) = H_0 \sqrt{q_0 z^2 + 2q_0 z + z^2 + 2z + 1}, \quad \tau(z) = \frac{1}{H_0 \sqrt{-q_0}} \operatorname{arcsinh}\left(\frac{\sqrt{-q_0}}{\sqrt{1 + q_0(1+z)}}\right)$$

et  $dz/dt = -(1+z) H(z)$ .

Une visualisation des modèles de Milne dans  $R^{1+4}$   
 via la projection sur l'hyperplan (espace de Minkowski)  $e_4 = \frac{1}{\lambda}$ , le  
 point Big Bang.



Quand la courbure  $\lambda$  tend vers 0, le modèle de de Sitter tend vers  
 Milne.

Un **intermède important** : le(s) modèle(s) de **Milne**

La métrique de Milne est le cône du futur dans l'espace de Minkowski avec la forme (FLRW) :

$$ds^2 = d\tau^2 - \tau^2 (d\alpha^2 + \sinh^2\alpha d\omega^2)$$

Un **intermède important** : le(s) modèle(s) de **Milne**

La métrique de Milne est le cône du futur dans l'espace de Minkowski avec la forme (FLRW) :

$$ds^2 = d\tau^2 - \tau^2 (d\alpha^2 + \sinh^2\alpha d\omega^2)$$

Et que donne la forme **inertielle aujourd'hui** au temps  $\tau_o$ , en notant  $H_o = 1/\tau_o$  ?

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{\tau^2}{\tau_o^2} (1/H_o^2 d\alpha^2 + 1/H_o^2 \sinh^2\alpha d\omega^2)$$

Un **intermède important** : le(s) modèle(s) de **Milne**

La métrique de Milne est le cône du futur dans l'espace de Minkowski avec la forme (FLRW) :

$$ds^2 = d\tau^2 - \tau^2 (d\alpha^2 + \sinh^2\alpha d\omega^2)$$

Et que donne la forme **inertielle aujourd'hui** au temps  $\tau_o$ , en notant  $H_o = 1/\tau_o$  ?

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{\tau^2}{\tau_o^2} (1/H_o^2 d\alpha^2 + 1/H_o^2 \sinh^2\alpha d\omega^2)$$

et la forme **inertielle**, du type Painlevé, est :

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{(dr - r H(\tau) d\tau)^2}{1 + H_o^2 r^2} - r^2 d\omega^2$$

avec  $H(\tau) = H(\tau(z)) = H_o (1 + z)$ .

Un **intermède important** : le(s) modèle(s) de **Milne**

La métrique de Milne est le cône du futur dans l'espace de Minkowski avec la forme (FLRW) :

$$ds^2 = d\tau^2 - \tau^2 (d\alpha^2 + \sinh^2\alpha d\omega^2)$$

Et que donne la forme **inertielle aujourd'hui** au temps  $\tau_o$ , en notant  $H_o = 1/\tau_o$  ?

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{\tau^2}{\tau_o^2} (1/H_o^2 d\alpha^2 + 1/H_o^2 \sinh^2\alpha d\omega^2)$$

et la forme **inertielle**, du type Painlevé, est :

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{(dr - r H(\tau) d\tau)^2}{1 + H_o^2 r^2} - r^2 d\omega^2$$

avec  $H(\tau) = H(\tau(z)) = H_o (1 + z)$ .

La métrique de Milne fournit une **infinité de modèles d'univers vides**, paramétrée par  $H_o = 1/\tau_o$ .



Le **cas général**, en notant  $R(\tau)$  le facteur usuel :

$$ds_{FL}^2 = d\tau^2 - R^2(\tau) (dx^2 + f_k^2(x) d\omega^2),$$

où  $f_k(x) = x, \sin(x), \sinh(x)$  suivant le signe de la courbure ;  
la forme **inertielle aujourd'hui** au temps  $\tau_0$  :

$$ds_{FL}^2 = d\tau^2 - \frac{R^2(\tau)}{R^2(\tau_0)} \left( d\rho^2 + R^2(\tau_0) f_k^2\left(\frac{\rho}{R(\tau_0)}\right) d\omega^2 \right) ;$$

et la forme **inertielle**, du type Painlevé, lorsque la courbure spatiale est négative est :

$$ds_{FL}^2 = d\tau^2 - \frac{(dr - r H(\tau) d\tau)^2}{1 + (1 - \Omega(\tau)) H^2(\tau) r^2} - r^2 d\omega^2.$$

Publié en 2005 dans A & A,

**Confondre repère comobile et repère inertielle constitue une erreur géométrique  
surprenante.**

La preuve du passage à la forme inertielle, dans ce cas général repose sur le changement de variables :

$$(\tau, \rho) \rightarrow (\tau, r = R(\tau) f_k(\frac{\rho}{R(\tau_0)}))$$

puis sur l'équation d'Einstein :

$$H(\tau)^2 + \frac{k}{R(\tau)^2} = \frac{8\pi G\rho(\tau)}{3} \equiv \Omega(\tau) H^2(\tau)$$

ainsi en posant  $v(\tau, r) = H(\tau) r$  et  $\Phi(\tau, r) = \frac{\Omega(\tau)}{2} H(\tau)^2 r^2$  la forme inertielle s'écrit de manière "newtonienne" :

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{(dr - v(\tau, r) d\tau)^2}{1 + v(\tau, r)^2 - 2\Phi(\tau, r)} - r^2 d\omega^2.$$

Conséquences de la forme inertielle : le tenseur **équivalent**  $G^\mu_\nu$ , à l'aide des paramètres cosmologiques usuels,  $H(\tau)$ ,  $\Omega(\tau)$  et  $q(\tau)$  :

$$G^0_0 = -3 H(\tau)^2 \Omega(\tau), \quad G^0_1 = 0$$

$$G^1_0 = H(\tau)^3 r (\Omega(\tau) + q(\tau)) \quad (1)$$

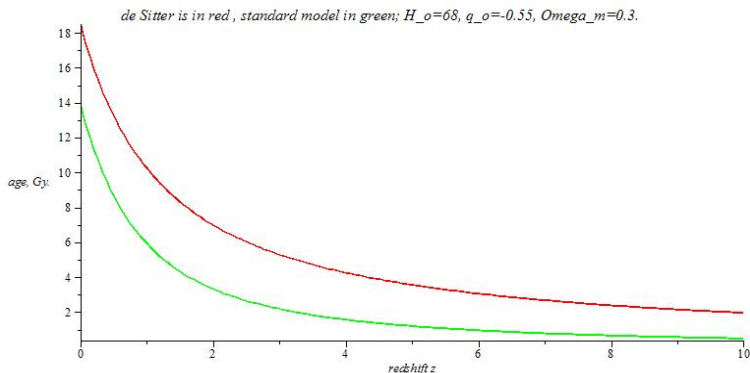
$$G^1_1 = G^2_2 = G^3_3 = -H(\tau)^2 (\Omega(\tau) - 2q(\tau))$$

pas d'extérieur à l'univers  $\Rightarrow (\Omega(\tau) + q(\tau)) = 0 \Rightarrow$  **modèles de de Sitter ou de Milne.**

Le modèle standard  $\Lambda$ CDM  $\Rightarrow$  ??

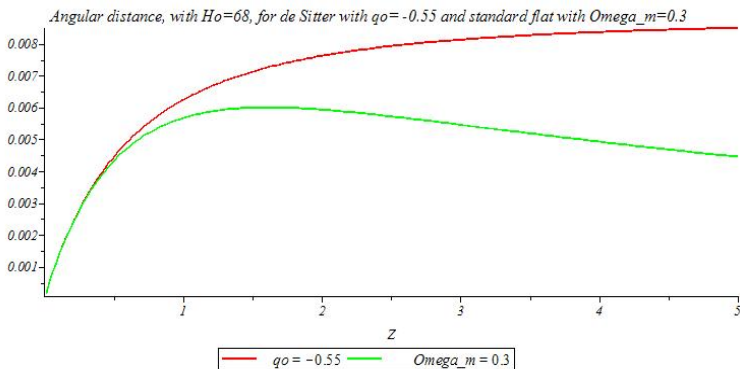
Aucune équation d'état, a priori, là réside une erreur épistémologique énorme.

Tout modèle d'univers admet comme **variété osculatrice** un modèle de de Sitter, (A & A 2005). Pour le modèle  $\Lambda$ CDM plat, pour le même  $H_o$ , il est donné par  $q_o = 3/2 \Omega_m - 1$ .  
 Comparaison des âges :



Pour  $z=2$ , l'âge passe du simple au double !

Pour la distance angulaire :



Pour  $z \leq 0.5$ , les courbes sont confondues. Mais pour  $1,5 \leq z$  la courbe du modèle  $\Lambda$ CDM décroît, c'est vraiment étrange !.

Avec les SNIa :

Les modèles de Milne rendent compte des observations avec, suivant les auteurs,  $H_0 = 63 \pm 2 \text{ km/s/Mpc}$  ; cf. les deux dessins de l'introduction (4) et (5). Le décalage spectral des supernovae apparaît alors comme un phénomène purement cinématique.

Riess :  $63.8 \pm 1.3$  ; Farley :  $62.9 \pm 0.3$  ; Lukovic :  $63 \pm 2$ .

Etude bayésienne de modèles, via les SNIa, avec  $H_0 = 70 \text{ km/s/Mpc}$  a priori, Nielsen et autres, 2016

TABLE I. Maximum likelihood parameters under specific constraints (in boldface).

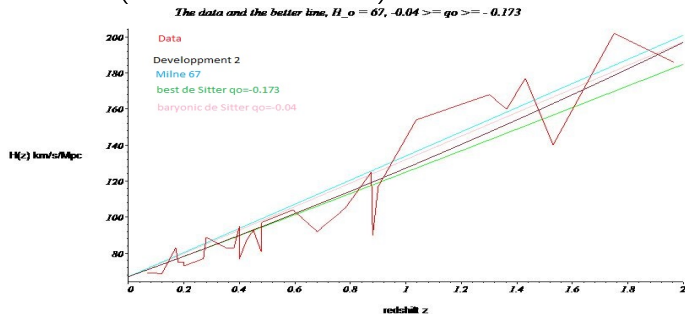
Constraint	$-2 \log \mathcal{L}/\mathcal{L}_{\max}$	$(-2 \log \mathcal{L}_{\max} = -214.97)$									
		$\Omega_m$	$\Omega_\Lambda$	$\alpha$	$x_{1,0}$	$\sigma_{x_{1,0}}$	$\beta$	$c_0$	$\sigma_{c_0}$	$M_0$	$\sigma_{M_0}$
None (best fit)	<b>0</b>	0.341	0.569	0.134	0.038	0.932	3.059	-0.016	0.071	-19.052	0.108
Flat geometry	0.147	0.376	<b>0.624</b>	0.135	0.039	0.932	3.060	-0.016	0.071	-19.055	0.108
Empty universe	11.9	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	0.133	0.034	0.932	3.051	-0.015	0.071	-19.014	0.109
Non-accelerating	11.0	0.068	<b>0.034</b>	0.132	0.033	0.931	3.045	-0.013	0.071	-19.006	0.109
Matter-less universe	10.4	<b>0.000</b>	<b>0.094</b>	0.134	0.036	0.932	3.059	-0.017	0.071	-19.032	0.109
Einstein-deSitter	221.97	<b>1.000</b>	<b>0.000</b>	0.123	0.014	0.927	3.039	0.009	0.072	-18.839	0.125

"Not surprisingly, conservation of total energy indeed implies a de Sitter spacetime (open, flat, or closed)". Telkamp 2017.

Sur  $z \rightarrow H(z)$

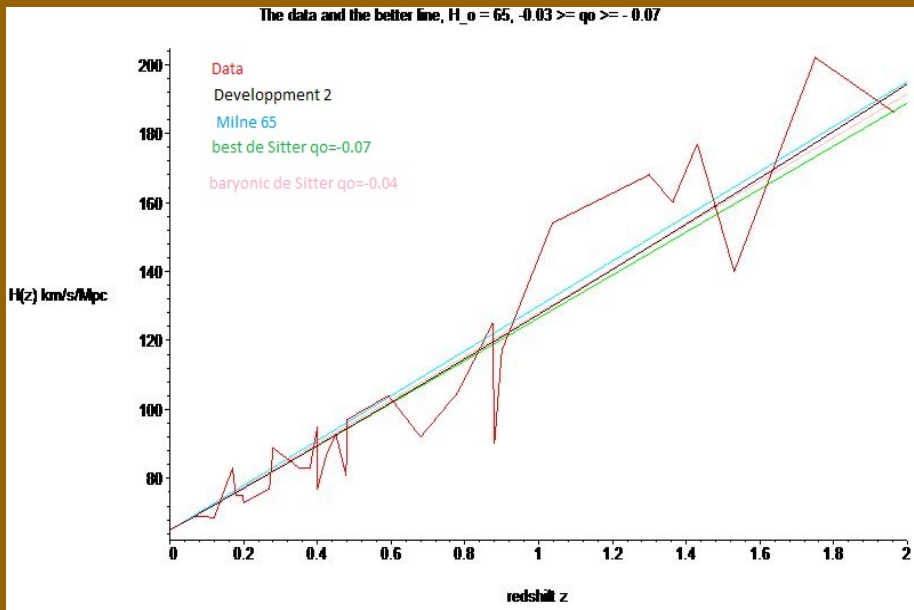
Doublement des données en 3 ans : 40 dont 30 par méthodes locales ( $dz/dt$ ); les autres par BAO très dépendant du modèle d'univers.

Une dizaine d'études, presque toutes centrées sur le modèle standard. Au moins 3 études n'utilisent pas le BAO. Toutes par méthodes bayésiennes, au vu des incertitudes sur les mesures ! Une étude ne confond pas "possible" ou "plausible" avec "probable" : Yu et all (arXiv :1711.03437v1).



What is our universe now ? For the century of the formula 15 written by de Sitter

└ Observations





Les meilleurs **de Sitter et Milne** plausibles sont dans :

$$H_o = 65 \pm 2 \text{ km/s/Mpc}, \Omega_o = 0.05 \pm 0.02, \text{Age} = 15.2 \pm 0.3 \text{ Gyr.}$$

Les meilleurs  **$\Lambda$ CDM plats** plausibles

$$H_o = 69 \pm 2 \text{ km/s/Mpc}, \Omega_m = 0.3 \pm 0.1, \text{Age} = 13.8 \pm 0.01 \text{ Gyr.}$$

Remarques : les écarts théoriques sont énormes parfois, exemple entre  $dz/dt$  pour de Sitter et  $\Lambda$ CDM plats; idem pour  $H(z)$ ;

$$H(1100)_{\Lambda\text{CDM}}/H(1100)_{\text{deSitter}} \approx 20. \quad H(z)_{\Lambda\text{CDM}}/H(z)_{\text{deSitter}} \approx 1$$

pour  $z \leq 0.5$ .

Résultats de Yu et autres : étude de  $H_o$  suivant plusieurs critères : avec-sans BAO,  $z < 2$  ou non, ... pour tous les modèles  $\Lambda$ CDM.

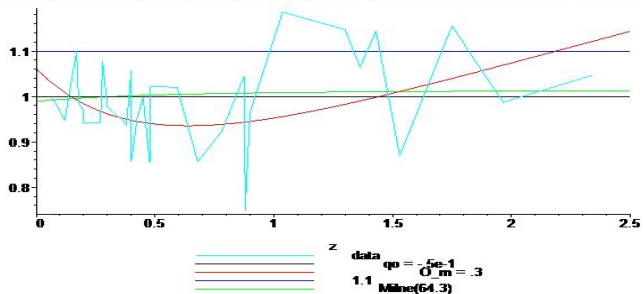
$$H_o = 66 \pm 4 \text{ km/s/Mpc}, H_o = 64.3 \pm 3.5 \text{ km/s/Mpc},$$

$$H_o = 65.5 \pm 4.8 \text{ km/s/Mpc}, H_o = 67 \pm 4.4 \text{ km/s/Mpc}.$$

And they said "... in Sample 3 1 for the 31 cosmic chronometric measurements where there is no  $2\sigma$  evidence for intermediate- $z$  deceleration."

Les modèles plat  $\Lambda$ CDM et de de Sitter sont également **plausibles**

Hplancz(z) / HdS(z), pour de Sitter avec  $q_0 = -0.05$  et  $H_0 = 65$  puis standard plat avec  $\Omega_m = 0.3$  et  $H_0 = 69$



vis à vis des SNIa et du paramètre de Hubble, mais avec 4 points d'écart sur  $H_0$ .

De plus toute la **cinématique de Milne** est également **plausible**.

Le principe de simplicité cher à Einstein.

Nous avons vu que la modélisation via les modèles de Milne et de de Sitter nous donnait :

- - nul besoin d'une période d'**inflation**
- - pas d'**énergie noire**, pas de **matière noire** à cause de la grosse erreur mathématique sur l'"exponential disk profile"
- - la matière **baryonique** suffit pour donner un **âge** de plus de 15 Gyr à l'Univers et laisse du temps pour asseoir la **baryogénèse**
- - plus de mystérieuse constante cosmologique
- - une avancée dans la compréhension du concept de masse inertielle et d'une **cinématique**.

Autant d'épicycles aux modèles  $\Lambda$ CDM qui sont cherchés pour en rendre compte. Si ce principe de simplicité est vraiment un bon guide alors vraiment cet article de de Sitter paru en 1918 est prémonitoire. Un autre fait historique : il a été vraiment dommageable que la justesse mathématique de la forme inertielle de métrique de Painlevé fut incomprise en 1921 (80 ans de perdus).

*Un grand merci à de Sitter, Painlevé et à Georges Paturel qui m'a initié à l'astronomie.*

*Un grand merci à de Sitter, Painlevé et à Georges Paturol qui m'a initié à l'astronomie.*

"Hubble law : measure and interpretation", Paturol Georges, Teerikorpi Pekka and Baryshev Yuriy, janvier 2018 :

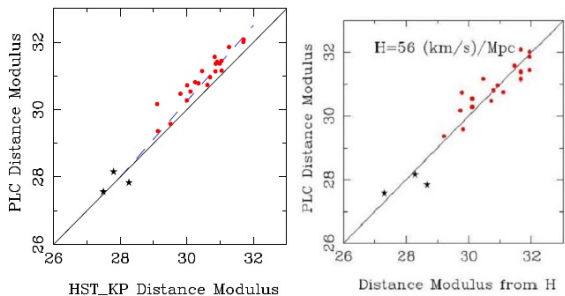
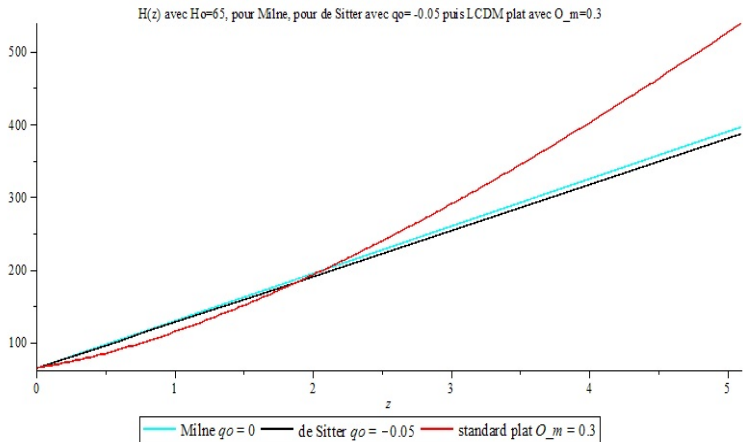


Fig. 5 Comparison of PLC distance moduli (Y-axis) with (on X-axis) : Left : HSTKP distance moduli ; Right : Unbiased distance moduli from Hubble law with an arbitrary  $H_0$  value. For this comparison we used the sample of 26 galaxies given in one paper of the series published by two of us [46]. Data on individual Cepheids are extracted from our Extragalactic Cepheid Database (ECD) [47]. The calibration (black stars) is made with three galaxies classified as *presumably unbiased* in [46] for both left and right Figures (see text).

Les auteurs

s'interrogent sur le "Pourquoi la linéarité de la loi de Hubble ?" :  $H(z) = H_0 (1 + z)$ .  
C'est la cinématique de Milne.



Sur le modèle de Milne et les GRB  $\rightarrow z=3.5$ , voir :  
 Sanejouand, Y.H. : "A simple Hubble like law in lieu of dark energy", (2016).

De Nielsen, Guffanti and Sarkar, octobre 2016, en image :

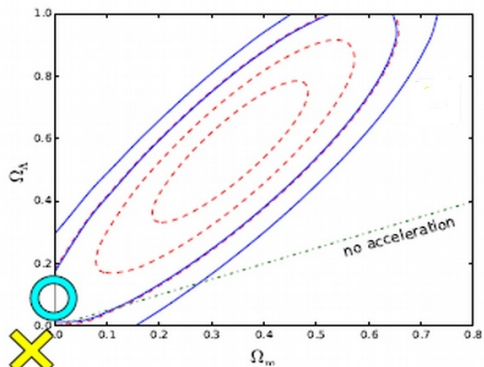
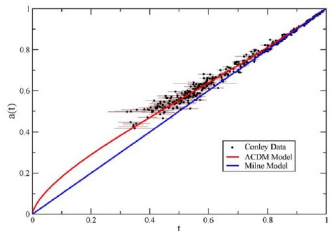
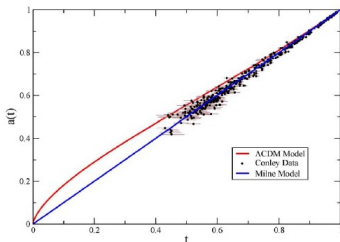


FIG. 2. Contour plot of the profile likelihood in the  $\Omega_m - \Omega_\Lambda$  plane. 1, 2 and 3 $\sigma$  contours, regarding all other parameters as nuisance parameters, are shown as red dashed lines, while the blue lines are 1 and 2 $\sigma$  contours from the 10-dimensional parameter space projected on to the plane.

## Ringermacher and Mead, mai 2017 :



**Fig.4.** Scale factor vs. cosmological time showing best fit  $\Lambda$ CDM model. Space curvature is assumed flat. The Milne model (straight line) is shown for comparison.



**Fig.5.** Scale factor vs. cosmological time showing best fit Milne model. Space curvature is assumed negative. The  $\Lambda$ CDM model (curved line) is shown for comparison.



Ringermacher and Mead, mai 2017 :

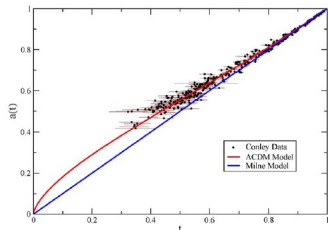


Fig.4. Scale factor vs. cosmological time showing best fit  $\Lambda$ CDM model. Space curvature is assumed flat. The Milne model (straight line) is shown for comparison.

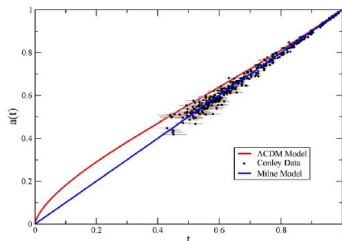


Fig.5. Scale factor vs. cosmological time showing best fit Milne model. Space curvature is assumed negative. The  $\Lambda$ CDM model (curved line) is shown for comparison.

**Conséquences épistémologiques** : elles sont énormes, mais c'est une autre histoire; en tout cas **"The space is not stretching"**, voir la lignée Zénon, ..., Ibn Sina (Avicenne), ..., Kant, ..., Poincaré, ..., Cassirer, Vaihinger, ... : pluralisme, relationnel, fictionnel, symbolisme, épigénéisme, ...

de Sitter, $q_0=-0.05$ , $H_0=65$			LCDM plat standard, $\Omega_m=0.3$ , $H_0=70$			écart
[ z,	Gy,	Gpc]	[ z,	Gy,	Gpc]	
[ 0.01	0.15	0.0457]	[ 0.01	0.14	0.0425]	7.4%
[ 0.03	0.44	0.1345]	[ 0.03	0.41	0.1258]	6.9%
[ 0.07	0.98	0.3005]	[ 0.07	0.93	0.2856]	6%
[ 0.1	1.37	0.4203]	[ 0.1	1.30	0.3993]	5.2%
[ 0.2	2.52	0.7720]	[ 0.2	2.44	0.7478]	3.2%
[ 0.3	3.49	1.0703]	[ 0.3	3.43	1.0542]	1.5%
[ 0.5	5.05	1.5493]	[ 0.5	5.11	1.5673]	-1%

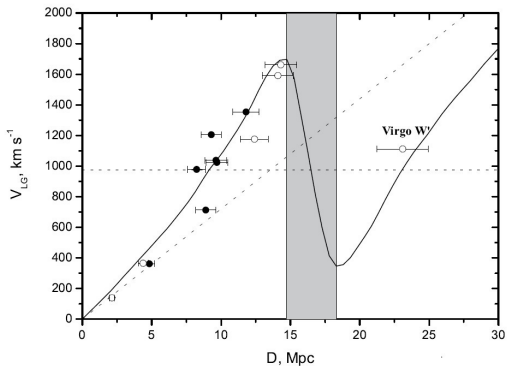
Pour  $z=7.54$ , l'univers a déjà 1.8 Gyr (J1342+0928).

Et l'étoile HD140283, notre voisine, est née tranquillement quand l'univers avait déjà 0.7 Gyr.

Cet univers est âgé de 15.3 Gyr aujourd'hui pour  $H_0 = 65 \text{ km/s/Mpc}$  et  $q_0 = -0.05$ .

La forme inertielle statique de la métrique dite  $\Lambda$ LTB, d'une densité locale  $M$ , née au temps  $t_1$  :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \frac{\left( dr - \sqrt{2 \frac{M}{r} - 2 \frac{M}{r_1} + \lambda^2 (r^2 - r_1^2)} dt \right)^2}{1 - 2M/r_1 - \lambda^2 r_1^2} - r^2 d\omega^2$$



Igor D. Karachentsev, arXiv:1312.6769v2 [astro-ph.GA] 13 Jan 2014

rayon = 1.8 Mpc, rayon d'attraction =  $7.2 \pm 0.7$  Mpc, masse =  $8.0 \pm 2.3 \cdot 10^{14} M_{\odot}$

Fig. 6.— Hubble flow in front of the Virgo cluster. Filled symbols: galaxies with new TRGB distance measures from HST observations (Table 1). Open symbols: galaxies with distances drawn from the literature (Table 2). The horizontal bars indicate distance errors. The inclined dashed line marks the unperturbed Hubble flow. The horizontal dashed line corresponds to the mean radial velocity of the Virgo cluster. The grey vertical column denotes the zone of virial motions.

$$ds^2 = dt^2 - \frac{(dr - \epsilon \sqrt{H^2(t)\Omega(t)r^2 - H_1^2\Omega_1 r_1^2 + \frac{2M(t)}{r} - \frac{2M_1}{r_1} + v_1^2} dt)^2}{1+K} - r^2 d\omega^2$$

où  $t_1$  est la date de naissance de la sur(sous)densité  $M(t)$ ,  
 $K = -3 H_1^2 \Omega_1 r_1^2 + v_1^2 = -H_1^2 \Omega_1 r_1^2 - 2 \frac{M_1}{r_1} + v_1^2$ ; et où  $v_1$  est une  
 constante et  $M(t)$  est arbitraire.

C'est la forme inertielle de la métrique dite  $\Lambda$ LTB.

