Joconde et le voyageur commerce

ıment dessiner la Joconde en un : trait sans lever le crayon ? Robert ch et Adrianne Herman, de l'Oberlin ege dans l'Ohio, ont remarqué une logie entre cette question et celle du ageur de commerce qui doit visiter grand nombre de villes différentes en ıimisant le nombre de kilomètres courus. Ils répartissent des points sur écran de manière partiellement aléa-e et en fonction du niveau de gris chaque partie du tableau à repro-re, puis font fonctionner un logiciel ır trouver un chemin aussi court que ssible reliant tous les points. Et la onde apparaît.

R. Bosch et A. Herman, *Operations earch Letters*, 32, 302, 2004.

1/2 **DES BOULES NUMÉROTÉES 0 ET 1 SONT PLACÉES DANS UNE URNE.** en tire deux au hasard et l'on fait la mme des nombres de chaque, en nvenant que 1 + 1 = 0. On ajoute alors ns l'urne une boule numérotée selon somme obtenue, et on recommence, remettant chaque fois dans l'urne s boules tirées. Une conjecture de aconis postule que, à long terme, les ıules marquées 0 et les boules mar-ıées 1 occupent chacune une propor-ɔn 1/2 du total. Cette conjecture, ainsi ıe ses généralisations, vient d'être émontrée par David Siegmund, de l'uni-ersité Stanford, et Benjamin Yakir, de ıniversité de Jérusalem.

http://fr.arxiv.org/abs/math.PR/0412333

Gagner au black-jack

e black-jack est un jeu de casino qui onsiste, pour le parieur, à prendre des artes les unes après les autres et à ire la somme de leurs valeurs, en arrêtant au plus près de la limite, 21, ne pas dépasser. Jarek Solowiej, de université d'État de New York, s'est ıtéressé au jeu du point de vue pro-abiliste. En menant des études exac-es et non approchées, il propose une tratégie optimale et un algorithme ui doivent permettre à un joueur de aire les meilleurs choix en un temps aisonnable.

http://fr.arxiv.org/abs/math.OC/0412311

Rubrique réalisée en collaboration avec la revue *Tangente*

Sphère à l'infini et forme de

TOPOLOGIE GÉOMÉTRIQUE

Deux conjectures, dont l'une vieille de plus de trente ans, viennent d'être résolues dans le domaine de la géométrie hyperbolique. Elles permettent de préciser les différentes formes possibles que peut avoir l'Univers.

Si l'expérience quotidienne nous fait naturellement croire que la Terre est plate, nous savons bien que la réalité est différente. Depuis l'Antiquité, il a été remarqué que la Terre est courbe: un bateau disparaissant au loin semble s'enfoncer sous l'horizon. Mathématiquement parlant, la surface de notre planète est une «variété de dimension 2», c'est-à-dire un ensemble géométrique qui se confond avec un plan à petite échelle, mais dont l'allure à grande échelle peut être très différente.

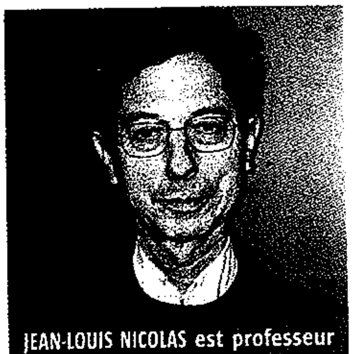
> À chaque variété hyperbolique on peut faire correspondre l'ensemble des points qu'elle atteint sur la sphère à l'infini

De la même façon, on sait depuis le XX^{e} siècle, et notamment grâce aux travaux d'Einstein, que l'Univers n'est pas non plus l'espace tridimensionnel de la géométrie classique, mais une variété de dimension 3: l'Univers est courbe. Mais comment connaître sa forme? Un peu comme il suffit de savoir comment la Terre est courbée en un endroit du Globe pour déterminer la forme globale de notre planète, des résultats des années soixante-dix ont permis de donner la forme que doit avoir un Univers tridimensionnel, mais sous une hypothèse de finitude de l'Univers assez restrictive.

Jean-Louis Nicolas: « Un problème deux fois millénaire »

THÉORIE DES NOMBRES

La conjecture des nombres parfaits impairs postule qu'il n'existe aucun nombre entier impair «parfait», c'est-à-dire égal à la moitié de la somme de ses diviseurs. Une étude de Kevin Hare [1], de l'université de Waterloo dans l'Ontario, conforte cette conjecture en montrant que si un nombre parfait impair existe, alors il s'écrit avec au moins 35 chiffres.



JEAN-LOUIS NICOLAS est professeur émérite à l'université Lyon-I. © DR

Depuis quand s'intéresse-t-on aux nombres parfaits?

JEAN-LOUIS NICOLAS: La notion de «nombre parfait» remonte aux origines mêmes des mathématiques: on la trouve notamment mentionnée dans les *Éléments* d'Euclide, au III^{e} siècle avant notre ère. Euclide a donné une liste de nombres parfaits: les nombres de la forme $2^{p}(2^{p}-1)$, où p est un nombre premier (c'est-à-dire sans diviseur autre que lui-même et 1) et $2^{p}-1$ aussi. Au XVIII^{e} siècle, Euler a montré que tous les nombres parfaits pairs ont effectivement cette forme.

Tout est donc réglé pour les nombres pairs?

Pas tout à fait, car on ignore s'il existe une infinité de nombres premiers qui sont de la forme $2^{p}-1$. Ce sont les «nombres de Mersenne», dont on pense qu'ils sont en quantité infinie (on en connaît de très grands) sans que personne ne sache encore le démontrer.

Quels sont les problèmes posés par les nombres impairs?

On ne sait pas vraiment. L'opinion majoritaire est qu'il n'existe pas de nombre parfait impair mais, du point de vue théorique, il n'y a aucune piste sérieuse permettant de légitimer cet avis. Tout ce que l'on est capable de faire pour l'instant est de donner une valeur minimale à un éventuel nombre parfait impair. L'étude qui vient de paraître consiste en la reprise d'idées développées par le mathématicien Carl Pomerance, pour établir un nouveau seuil supérieur au précédent.

Ce problème a-t-il des liens avec d'autres questions?

En dehors peut-être des liens avec les nombres de Mersenne, qui jouent un grand rôle dans la recherche de grands nombres premiers, le problème est un peu isolé. Son intérêt réside surtout dans sa difficulté: la question est très facile à formuler et, pourtant, on ne sait pas en dire grand-chose et les progrès sont minces. Si plus de deux mille ans de mathématiques n'en sont pas venus à bout, c'est peut-être qu'il recèle quelques perles, c'est-à-dire des idées ou des outils à développer qui pourront avoir un impact en théorie des nombres. Mais, pour l'instant, il est impossible de le dire. ■

Propos recueillis par Benoît Rittaud

[1] http://fr.arxiv.org/abs/math.NT/0502070