Solution de l'épreuve de seconde session

1 Partie Matlab

1. Cette instruction fabrique dans un vecteur de taille 16 une permutation aléatoire de l'ensemble $\{1, 2, \ldots, 16\}$, puis formate ce vecteur en une matrice 4×4.

2. Cette instruction trouve la position (ligne, colonne) de l'élément 12 dans la matrice T.

3. Voir le listing plus bas.

4. a) Lorsque `nb` $= 1$, la fonction `somme_max` doit renvoyer `num`.

4. b) Pour `nb` > 1, on peut obtenir `somme_max(num,nb,T)` en ajoutant à `num` le maximum des `somme_max(numvoisin,nb-1,T)` pour `numvoisin` parcourant l'ensemble des jetons voisins de `num`, à condition de marquer dans T que le jeton `num` est ramassé et ne peut plus être utilisé (par exemple en mettant un 0 à sa place).

4. c) Voir le listing ci-dessous. Question subsidiaire : comment faire afficher les jetons à ramasser ?

```
%%%%%% script principal (non demandé dans l'énoncé) :

rand('state',sum(100*clock));
T=reshape(randperm(16),[4,4])
num=input('Quel jeton ? ');
nb=input('Combien de coups ? ');
sm=somme_max(num,nb,T);
disp(['somme max : ', num2str(sm)]);

%%%%%% les fonctions :

function v=voisins(num,T)
[i,j]=find(T==num);
v=[];
if i>1 v=[v,T(i-1,j)]; end
if i<4 v=[v,T(i+1,j)]; end
if j>1 v=[v,T(i,j-1)]; end
if j<4 v=[v,T(i,j+1)]; end

function res=somme_max(num,nb,T)
if nb==1
    res=num;
else
    voi=voisins(num,T);
    [i,j]=find(T==num);
    T(i,j)=0;            % on ramasse le jeton
    s=[];
    for numvoisin=voi
        if numvoisin~=0  % c'est-à-dire : si le jeton n'est pas ramassé
            s=[s,somme_max(numvoisin,nb-1,T)];
        end
    end
    res=num+max(s);
end
```

2 Partie Maple

Exercice 1

```
> restart:
> suivante:=proc(L)
     local M;
     M:=remove(t->t=0,map(t->t-1,L));
     return [op(M),nops(L)]
  end proc:
> L:=[21]: S:=L:
  for i from 1 to 21 do L:=suivante(L);S:=S,L end do:
  S;
```

[21], [20, 1], [19, 2], [18, 1, 2], [17, 1, 3], [16, 2, 3], [15, 1, 2, 3], [14, 1, 2, 4], [13, 1, 3, 4], [12, 2, 3, 4], [11, 1, 2, 3, 4], [10, 1, 2, 3, 5], [9, 1, 2, 4, 5], [8, 1, 3, 4, 5], [7, 2, 3, 4, 5], [6, 1, 2, 3, 4, 5], [5, 1, 2, 3, 4, 6], [4, 1, 2, 3, 5, 6], [3, 1, 2, 4, 5, 6], [2, 1, 3, 4, 5, 6], [1, 2, 3, 4, 5, 6], [1, 2, 3, 4, 5, 6]

En prenant plusieurs exemples, on voit que si le nombre de cailloux est triangulaire de la forme $\frac{k(k+1)}{2}$, alors la suite des dispositions converge vers [1, 2, 3, ... , k].

```
>
```

Exercice 2

```
> restart:
> with(orthopoly):
> P5:=unapply(P(5,x),x);
```

$$P5 := x \rightarrow \frac{63}{8}x^5 - \frac{35}{4}x^3 + \frac{15}{8}x$$

```
> J:=f->sum(2/((1-z^2)*D(P5)(z)^2)*f(z),z=RootOf(P5(x),x));
```

$$J := f \rightarrow \sum_{z=\mathrm{RootOf}(P5(x),\, x)} \frac{2 f(z)}{(1-z^2)\,\mathrm{D}(P5)(z)^2}$$

```
> f:=x->exp(x*cos(x));
```

$$f := x \rightarrow \mathrm{e}^{x\cos(x)}$$

```
> evalf(J(f)-Int(f,-1..1));
```

$$0.000036226$$

```
> P:=x->add(a[i]*x^i,i=0..10): J(P)-int(P,-1..1);
```

$$-\frac{128}{43659}a_{10}$$

Donc $J(P) = \int_{-1}^{1} P(x)\,\mathrm{d}x$ pour tout polynôme de degré <= 9.